

3. Thèmes d'économétrie :

3.1. Les modèles de régression avec données de panel

3.2. L'économétrie des séries chronologiques

3.3. Les modèles de régression à variable dépendante qualitative.

3.1. Les modèles de régression avec des données de panel

Il existe 3 types de données :

- i) Séries temporelles
- ii) Coupes instantanées
- iii) Panels

Séries temporelles : on observe les valeurs d'une ou de plusieurs variables sur une certaine période de temps (ex : PIB)

Coupes instantanées : valeurs d'une ou de plusieurs variables sont observées pour plusieurs unités d'un échantillon à un même moment dans le temps (ex : tx de criminalité en 2007 de Ht, les communes de Belgique)

Données de panel : une même unité de coupe instantanée (ex : famille, firme, pays) est enquêtée à plusieurs moments dans le temps. Dimension spatiale & temporelle. Aussi appelées : données groupées, données de micro-panel ou de cohortes.

Données de panel de + en + utilisées en recherche économique. Exemples :

- L'étude sur panel de la dynamique du revenu (EPDR)
- Le Panel communautaire des ménages (PMC)

3.1.1. Pourquoi des données de panel ?

Avantages des données de panel // à celles en cross-section et en séries chronologiques ?

- 1) Données de panel portent sur des individus, des firmes, des pays, ... dans le temps. Or ces unités sont hétérogènes et techniques d'estimation des données de panel peuvent prendre en compte cette hétérogénéité (à l'aide de variables spécifiques pour ces unités).
- 2) Données de panel fournissent + de données informatives, + de variabilité, - de colinéarité tel les variables, + de degrés de liberté et + d'efficacité.
- 3) Données de panel permettent de mieux étudier la "dynamique du changement" (ex: périodes de chô, tx de renouvellement de la m-d'o, mobilité du travail).
- 4) Données de panel permettent de mieux détecter et de mesurer certains effets qui peuvent être difficilement l'être avec des séries chronologiques ou des données en coupe instantanée (ex: effet de la hausse du salaire minimum sur l'emploi).
- 5) Données de panel permettent d'étudier des modèles + complexes de comportement (ex: économies d'échelle, progrès technologique).
- 6) En disposant de données sur +ieurs milliers d'unités, données de panel peuvent minimiser le biais d'aggrégation.

3.1.2. Les données de panel : un exemple

- Théorie de l'investissement proposée par Grunfeld.

Comment l'investissement brut réel (Y) dépend de la valeur réelle de l'entreprise (X_2) et du stock de capital réel (X_3) ?

- Hyp: données relatives à 4 firmes,
General Electric (GE)
General Motor (GM)
US Steel (US)
Westinghouse (WEST)
- Période: 1935 - 1954 (4 unités en cross-section, 20 périodes
⇒ 80 observations)
- Différentes possibilités d'estimation:
 - a) 4 régressions de série chronolog. (1 par firme)
 - b) 20 régressions de coupe instantanée (1 par année ! de !)
 - c) 1 régression sur les 80 observations groupées
- Régression sur données groupées:

$$Y_{it} = \beta_1 + \beta_2 X_{2it} + \beta_3 X_{3it} + u_{it} \quad (16.2.1)$$

$i = 1, 2, 3, 4$ (coupe instant.)

$t = 1, \dots, 20$ (temps)

Hyp: max. N unités / observations en coupe instantanée.
max. T périodes de temps.

Panel (de données) est "équilibré" si chaque unité de coupe instantanée possède le même nbre d'observations temporelles ("balanced" panel)

Sinon il est dit "déséquilibré" ("unbalanced" panel).

On s'intéresse aux panels "équilibrés" et on suppose que les X ne sont pas stochastiques et que le terme d'erreur est conforme aux hypothèses classiques

$$\Rightarrow E(u_{it}) \sim N(0, \sigma^2)$$

3.1.3. L'estimation des modèles de régression à partir de données de panel : l'approche par les effets de fixation

Comment estimer notre modèle ?

Dépend des hyp. // valeurs en ordonnée à l'origine, les coeff. de pente et le terme d'erreur.

Plusieurs possibilités :

- 1) Intercept et coeff. de pente ests de le temps et l'espace (terme d'erreur absorbe \neq les individus et de le temps)
- 2) Coeff. de pente ests mais intercept varie selon les individus.
- 3) Coeff. de pente ests mais intercept varie selon les individus et de le temps.
- 4) Ts les coeff. (intercept et coeff. de pente) varient selon les individus.
- 5) Ts les coeff (intercept et coeff. de pente) varient selon les individus et de le temps.

A. La constance de tous les coefficients dans le temps et pour ts les individus

Approche la + simple = négliger dimension spatiale et temporelle des données groupées et utiliser les MCO (20 obs. pour chaque firme \rightarrow 80 obs. pour chaque variable du modèle).

$$\hat{Y} = -63,3041 + 0,1101 X_2 + 0,3034 X_3$$

$$es = (29,6124) \quad (0,0137) \quad (0,0493)$$

$$t = (-2,1376) \quad (8,0188) \quad (6,1545)$$

$$R^2 = 0,7565 \quad \text{Durbin-Watson} = 0,2187$$

$$n = 80 \quad dl = 77$$

Seul souci DW assez faible \rightarrow autocorrélat° du terme d'erreur ou erreurs de spécification. Modèle estimé suppose intercepte / coeff identiques pour les 4 firmes : hyp. fort restrictives.

Malgré sa simplicité, régression sur données groupées peut déformer la forme de la relation tel Y et les X pour les 4 entreprises \rightarrow trouver 1 moyen qui prenne en compte la nature spécifique des 4 firmes.

B. Les effets de fixité ou modèle de régression
des moindres carrés à variable muette (MCM)

On prend en compte l'« individualité » de chaque entreprise en permettant à chaque intercepte d'être \neq pour chaque firme (mais coeff. de pente restent identiques pour chaque firme).

$$Y_{it} = \beta_{1i} + \beta_2 X_{2it} + \beta_3 X_{3it} + u_{it} \quad (16.3.2)$$

L'indice i signifie que les valeurs prises par l'ordonnée à l'origine peuvent différer pour les 4 firmes.

La différence des interceptes peut provenir de traits spécifiques à chaque firme, comme p.ex. le style de direction ou la philosophie des relations sociales.

Modèle à « effets de fixité » car si interceptes peuvent varier tel individus, ils ne varient pas ds le temps (invariabilité temporelle).

En pratique ; utiliser des variables muettes :

$$Y_{it} = \alpha_1 + \alpha_2 \Pi_{2i} + \alpha_3 \Pi_{3i} + \alpha_4 \Pi_{4i} + \beta_2 X_{2it} + \beta_3 X_{3it} + u_{it}$$

$$\text{où } \Pi_{2i} = \begin{cases} 1 & \text{si obs. appartient à GM} \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad (16.3.3)$$

$$\Pi_{3i} = \begin{cases} 1 & \text{si obs. appartient à US} \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

$$\Pi_{4i} = \begin{cases} 1 & \text{si obs. appartient à WEST} \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

(3 variables dummy
→ GE = cat. de référence)

Comme on utilise des variables muettes, modèle à effets de fixité aussi appelé modèle des moindres carrés à variable muette (MCMV). On parle aussi du modèle de covariance (X_2 et $X_3 =$ covariants).

Résultats :

$$\hat{Y}_{it} = -245,7924 + 161,5722 \pi_{2i} + 339,6328 \pi_{3i} + 186,5666 \pi_{4i}$$

$$es = (35,8112) \quad (46,4563) \quad (23,9863) \quad (31,5068)$$

$$t = (-6,8635) \quad (3,4779) \quad (14,1594) \quad (5,9214)$$

$$+ 0,1079 X_{2it} + 0,3461 X_{3it}$$

$$(0,0175) \quad (0,0266)$$

$$(6,1653) \quad (12,9821)$$

$$R^2 = 0,9345 \quad d = 1,1076 \quad dl = 74$$

Interceptes statistiquement ≠ pour 4 firmes :

- 245,7924 pour GE.

- 84,220 (= -245,7924 + 161,5722) pour MI.

93,8774 (= -245,7924 + 339,6328) pour US.

- 59,2258 (= -245,7924 + 186,5666) pour WEST.

Ces ≠ peut refléter des traits propres à chaque firme, p.ex. ≠ ds les talents du management.

Quel est le meilleur modèle (données groupées vs. effets fixes) ?

Modèle à effets fixes car :

- ts le coeff sont significatifs,
- R^2 + élevé (mais logique),
- DW est + élevée.

Test formel ? F-test contraint car modèle sur données groupées = version contrainte du modèle à effets fixes (car il impose le même intercepte pour toutes les firmes).

$$F = \frac{(R_{NC}^2 - R_C^2) / m}{(1 - R_{NC}^2) / (n - k)}$$

$$(H_0 : \alpha_2 = \alpha_1, \alpha_3 = \alpha_1, \alpha_4 = \alpha_1)$$

où R_{NC}^2 et R_C^2 sont les coeff. de det. des modèles contraint et non contraint ; m = nbre de contraintes linéaires ; k = nbre de paramètres de la régr. non contrainte ; n = nbre d'obs.

$$F = \frac{(0,9345 - 0,7565) / 3}{(1 - 0,9345) / (80 - 6)} = 66,9980$$

Valeur très significative \rightarrow H_0 : régression contrainte ne semble pas valable, préférer modèle à effets fixes.

C. Intercepte varie selon les individus et dans le temps
 (coeff. de pente tout constants)

Modèle mal spécifié car valeur en ordonnée à l'origine ne varie pas uniq. en fct° des individus mais églnt de le temps ?

20 années (1935 - 1954) → on inclut 19 dummy temporelles.

$$Y_{it} = \alpha_1 + \alpha_2 \Pi_{2i} + \alpha_3 \Pi_{3i} + \alpha_4 \Pi_{4i} + \lambda_2 \text{Dum } 35 + \dots \\ + \lambda_{19} \text{Dum } 53 + \beta_2 X_{2it} + \beta_3 X_{3it} + u_{it} \quad (16.3.7)$$

où $\begin{cases} \text{Dum } 35 = 1 & \text{si obs appartient à l'année 1935} \\ = 0 & \text{sinon} \end{cases}$
 année de ref. = 1954

D. Tous les coeff. varient parmi les individus

Interceptes et coeff. de pente put. varier pour Htes les firmes → fct° d'investisnt des entrep. tout Htes ≠.

→ inclure des variab. muettes de façon additive & multiplication

$$Y_{it} = \alpha_1 + \alpha_2 \Pi_{2i} + \alpha_3 \Pi_{3i} + \alpha_4 \Pi_{4i} + \beta_2 X_{2it} \\ + \delta_1 (\Pi_{2i} X_{2it}) + \delta_2 (\Pi_{2i} X_{3it}) \\ + \delta_3 (\Pi_{3i} X_{2it}) + \delta_4 (\Pi_{3i} X_{3it}) \\ + \delta_5 (\Pi_{4i} X_{2it}) + \delta_6 (\Pi_{4i} X_{3it}) \quad (16.3.8)$$

où $\begin{cases} \delta_{1-6} = \text{coeff. de pente différentiels} \\ \alpha_{2,3,4} = \text{différentiels d'intercepte} \end{cases}$

si β_2 et δ_1 stat. eign., alors $(\beta_2 + \delta_1) = \text{coeff de pente de } X_2 \text{ pour entreprise GM.}$

Tableau 16.2
Résultats de la régression (16.3.8)

Variable	Coefficient	Écart type	Valeur t	Valeur p
Valeur en ordonnée à l'origine	-9,9563	76,3518	-0,1304	0,8966
M_{2i}	-139,5104	109,2808	-1,2766	0,2061
M_{3i}	-40,1217	129,2343	-0,3104	0,7572
M_{4i}	9,3759	93,1172	0,1006	0,9201
X_{2i}	0,0926	0,0424	2,1844	0,0324
X_{3i}	0,1516	0,0625	2,4250	0,0180
$M_{2i}X_{2i}$	0,0926	0,0424	2,1844	0,0324
$M_{2i}X_{3i}$	0,2198	0,0682	3,2190	0,0020
$M_{3i}X_{2i}$	0,1440	0,0646	2,2409	0,0283
$M_{3i}X_{3i}$	0,2570	0,1204	2,1333	0,0365
$M_{4i}X_{2i}$	0,0265	0,1114	0,2384	0,8122
$M_{4i}X_{3i}$	-0,0600	0,3785	-0,1584	0,8745

$R^2 = 0,9511$ $d = 1,0896$

Interpretation:

- X_2 et X_3 ont une influence positive et sign. sur Y
- leurs coeff. de pente différentiels sont stat. sign.
(ex: coeff. de pente de GE (cat. de réf.) pour $X_2 = 0,0926$
et \hat{m} coeff pour GM = $0,1852 (= 0,0926 + 0,0926)$).
- aucun intercepte n'est \neq .

Au total, on pourrait avoir l'impression que les fonctions d'invest. des 4 entreprises sont \neq . Ceci pourrait suggérer que les données sur les 4 firmes ne peuvent être groupées. On devrait estimer des fonctions d'invest. pour chaque firme séparément.

Modèles de régression sur panel ne sont p-être pas appropriés dans les situations et ce malgré la disponibilité de données en série chronologiques et en coupes instantanées.

Modèles à effets fixes, bien que faciles à utiliser, posent des problèmes spécifiques:

1. Si on introduit trop de variables muettes, on accumule les problèmes relatifs aux degrés de liberté.
Exemple: modèle 16.3.7 (dummy pour diff. d'intercepte et le temps)
80 obs \rightarrow 55 dl
(3 dummies pour les firmes, 19 pour les années, 1 intercepte, 2 coeff. de pente)
2. Avec autant de variables ds le modèle, la multicollinéarité est tjrs possible. Cela peut rendre difficile l'estimation des paramètres.
3. Modèle à effets fixes équivalent à modèle estimé en différences premières. Dès lors, il est incapable d'estimer l'effet de variables qui ne changent pas ds le temps (ex: sexe, ethnie, couleur de la peau).
4. Attention au terme d'erreur. Jusqu'ici, on a supposé qu'il satisfait les hyp. classiques: $u_{it} \sim N(0, \sigma^2)$. Cptd, comme "i" se réfère aux obs. en coupe et "t" aux séries temporelles, il est possible que les hyp. classiques ne soient pas vérifiées.
Plusieurs possibilités:
 - a) Variance du terme d'erreur la même pour toutes les unités en coupe instantanée (ou variance du terme d'erreur peut être hétéroscédastique).
 - b) Pour une période donnée, terme d'erreur de la firme 611 peut être corrélé avec terme d'erreur de la firme US

→ Il faut utiliser une modélisation
SURE (seemingly unrelated regression) ou
RASR (modélisation par régression apparemment
sans rapport).

- c) Pour chaque firme, on peut supposer l'absence d'autocorrélation du terme d'erreur de le temps ou l'inverse.
- d) Autres permutations et combinaisons du terme d'erreur demandant des solutions spécifiques.

3.1.4. L'estimation des modèles de régression sur panel: l'approche par les effets aléatoires

Kmenta (1986) :

« Une question manifeste en relation avec le modèle à effets fixes est de savoir si l'inclusion de variables muettes, et la perte du nombre de degrés de liberté qui en résulte est bien nécessaire. Le raisonnement qui sous-tend le modèle à effets fixes est qu'en spécifiant le modèle de régression, on n'a pas réussi à introduire les variables explicatives adéquates qui ne varient pas de le temps, et que l'introduction de variables muettes est une dissimulation de notre ignorance. »

Si les variables dummies sont la traduction d'un défaut de connaissance sur le vrai modèle, pq ne pas exprimer cette ignorance à travers le terme d'erreur u_{it} ?

⇒ C'est l'approche suggérée par le partisan du

-3.1.12- modèle de composantes d'erreur (MCE) - modèle d'effets aléatoires (MEA)

Idee centrale :

$$Y_{it} = \beta_{1i} + \beta_2 X_{2it} + \beta_3 X_{3it} + u_{it} \quad (16.4.1)$$

Au lieu de considérer β_{1i} comme fixe, on suppose que c'est une variable aléatoire dont la valeur moyenne = β_1 .

Valeur en ordonnée à l'origine pour firme " i " :

$$\beta_{1i} = \beta_1 + \varepsilon_i \quad i = 1, 2, \dots, N \quad (16.4.2)$$

où ε_i est un terme aléatoire de moyenne 0 et de variance σ_ε^2 .

Intuition : les 4 firmes de notre échantillon sont issues d'une population bcp + vaste de firmes et les \neq dans les valeurs en ordonnée à l'origine de chaque entreprise se reflètent ds le terme ε_i .

En substituant (16.4.2) dans (16.4.1) :

$$Y_{it} = \beta_1 + \beta_2 X_{2it} + \beta_3 X_{3it} + \varepsilon_i + u_{it} \quad \Rightarrow$$

$$Y_{it} = \beta_1 + \beta_2 X_{2it} + \beta_3 X_{3it} + w_{it} \quad (16.4.3)$$

$$\text{où } w_{it} = \varepsilon_i + u_{it}$$

Terme d'erreur w_{it} présent 2 éléments :

- ε_i = élément d'erreur de coupe instantanée, spécifique à l'individu
- u_{it} = élément d'erreur combiné (série chronolog. et coupe instantanée)

- Hypothèses habituelles sur MCE :

$$E_i \sim N(0, \sigma_E^2)$$

$$u_{it} \sim N(0, \sigma_u^2)$$

(16.4.5)

$$E(E_i u_{it}) = 0 \quad E(E_i E_j) = 0 \quad (i \neq j)$$

$$E(u_{it} u_{is}) = E(u_{it} u_{jt}) = E(u_{it} u_{js}) = 0 \quad (i \neq j; t \neq s)$$

⇒ Composants individuels d'erreur ne sont pas corrélés les uns et ne sont pas autocorrélés à la fois aux unités en coupes instantanées et aux séries chronologiques.

- Différence tel MEF et MCE :

> MEF : chaque unité en coupe instantanée a sa propre valeur (fixe) en ordonnée à l'origine.

> MCE : valeur en ordonnée à l'origine β_1 représente la valeur moyenne de toutes les valeurs (en coupe instant.) en ordonnée à l'origine et E_i représente l'écart (aléatoire) de la valeur en ordonnée par rapport à sa moyenne. E_i n'est pas directement observable
→ variable inobservable / latente.

- Etant donné (16.4.5) :

$$E(w_{it}) = 0$$

$$\text{var}(w_{it}) = \sigma_E^2 + \sigma_u^2$$

(16.4.6)

(16.4.7)

Si $\sigma_E^2 = 0$ ⇒ pas de ≠ tel modèle de régr. sur données groupées (16.2.1) et MCE (16.4.3) ⇒ faire tourner régr. sur données groupées.

- Formule $\text{var}(w_{it}) = \sigma_E^2 + \sigma_u^2$ montre bien que terme d'erreur w_{it} est homoscedastique.
- (pdt, on peut montrer que w_{it} et w_{is} ($t \neq s$) sont corrélés. Coeff. de corrélation:

$$\text{corr}(w_{it}, w_{is}) = \frac{\sigma_E^2}{\sigma_E^2 + \sigma_u^2} \quad (16.4.8)$$

Propriétés:

- Pour une unité donnée en coupe instantanée, la valeur de la corrélation reste identique quel que soit l'écart tel les 2 périodes.
- La structure de la corrélation est la même pour toutes les unités en coupe instantanée. Elle est identique pour tous les individus.

Si on néglige cette structure de corrélation et on estime par MCO \rightarrow estimateurs non efficaces.

Il faut appliquer les moindres carrés généralisés (MCG)

Tableau 16.3

Estimation MCE de la fonction d'investissement de Grunfeld

Variable	Coefficient	Écart type	Valeur t	Valeur p
Valeur en ordonnée à l'origine	-73,0353	83,9495	-0,8699	0,3870
X_1	0,1076	0,0168	6,4016	0,0000
X_2	0,3457	0,0168	13,0235	0,0000
Effet aléatoire :				
GE	-169,9282			
GM	-9,5078			
US	165,5613			
Westinghouse	13,87475			

 $R^2 = 0,9323$ (MCG)Principaux résultats :

- 1) La somme des effets aléatoires (E_i) des quatre firmes est égale à zéro.
- 2) La valeur moyenne de la composante d'erreur aléatoire (β_{1i}) est la valeur en ordonnée à l'origine ($= -73,0353$).
- 3) La valeur de l'effet aléatoire de GE ($-169,9282$) indique de combien l'élément d'erreur aléatoire de GE diffère de la valeur courante de la valeur en ordonnée à l'origine.
(Idem pour $\hat{\sigma}$ effets aléatoires)
- 4) R^2 obtenu à partir de la régr. estimée par MCG.
- 5) Les valeurs des coeff. des 2 variables X diffèrent peu de ceux obtenus par MEF (sauf en admettant que coeff. de pente peut varier d'une firme à l'autre)

3.1.5. Les effets de fixité (MEVM) versus le modèle des effets aléatoires (MEA)

Quel modèle choisir ?

1) Dépend de la corrélation tel composante d'erreur individuelle (spécifique à la coupe instantanée, ϵ_i) et les régresseurs X .

Si ϵ_i et X pas corrélés \rightarrow modèle à composantes d'erreur (MCE)

Si ϵ_i et X corrélés \rightarrow modèle à effets de fixité (MEF)

Pq ϵ_i et X pourraient-ils être corrélés ?

Hyp: $\left\{ \begin{array}{l} \text{on dispose d'éch. aléat. d'un gd nbre d'individus} \\ \text{on veut estimer une éq. de salaire / de gains.} \\ \text{gains dpdt notmt de l'éducation et de l'exp. prof.} \end{array} \right.$

Si ϵ_i représentent talents innés ou environmt familial, lorsqu'on modélise la fct^o de gains incluant ϵ_i , il est très probable que ϵ_i sera corrélé avec l'éducation car talents innés et environmt familial sont svr des déterminants majeurs de l'éducation.

2) Hyp. sous-jacente au modèle à effets aléatoires (MEA) est que les unités en coupe instantanée sont un tirage aléatoire d'une pop. bep + vaste. Cette hyp. n'est pas tjrs satisfaite.

Exemple: étude du tx de criminalité de 50 Etats US
 \rightarrow il n'est pas réaliste de faire hyp. que 50 Etats soient un tirage aléat. d'une pop. + vaste \rightarrow MEF.

Que dire de plus quant au choix 1el MCE et MEF?

- 1) Si T (longueur des séries temporelles) est grand et N (nbre d'unités en coupe instantanée) est petit, probablement peu de différence dans la valeur des paramètres estimés par MEF et MCE. Dans ce cas, par facilité (de calculs), on utilise soit MEF.
- 2) Si N est grand et T petit, les estimations obtenues par MEF et MCE peuvent différer significativement.

Rappel:

Dans MCE: $\beta_{2i} = \beta_2 + \varepsilon_i$; où ε_i = comp. aléatoire de coupe.

Dans MEF: β_{2i} est un effet fixe, non aléatoire \rightarrow l'inférence statistique est donc conditionnée sur les unités de l'échant. observées en coupe instantanée \rightarrow procédure appropriée si les unités individuelles de l'échant. ne sont pas des tirages aléatoires d'une plus vaste population.

Si unités en coupe instantanée de l'échantillon sont vues comme des tirages aléatoires d'une + gde pop, alors MCE convient d'être appliqué car, dans ce cas, l'inférence stat. n'est pas conditionnée.

- 3) Si l'élément individuel d'erreur ε_i est corrélé à un ou plusieurs régresseurs, les estimateurs du MCE sont biaisés et ceux du MEF ne le sont pas.
- 4) Si N est grand et T petit, et si hyp. du MCE sont valables, les estimateurs du MCE sont + efficaces que ceux du MEF.

Test pour choisir le NCE et NEF ?

Test de Hausman (1978). Statistique de test suit asympt. une distribution de χ^2 sous hyp. nulle que la composante d'erreur individuelle (spécifique à la coupe individuelle, ε_i) n'est pas corrélée aux régresseurs X .

Si $Rho \rightarrow$ NCE n'est pas approprié, mieux vaut utiliser NEF. Dans ce cas, inférence statistique sera conditionnée par les β de l'échantillon.

Remarque:

Désavantage du NEF : forte consommation de degrés de liberté lorsque nombre d'unités en coupe individuelle (N) est très grand (ou devra alors réduire N-1 variables dummy). Si on applique le NCE, on suppose que la valeur en ordonnée à l'origine d'un individu est un tirage aléatoire d'une pop. + imp. avec une moyenne constante. La valeur en ordonnée à l'origine est alors exprimée comme un écart à sa valeur moyenne : Le NCE est par conséquent en consommation de degrés de liberté car il ne faut estimer que la valeur moyenne de la valeur en ordonnée à l'origine et la variance.