

p	q	r	(1) $p \leftrightarrow q$	(2) $(p \leftrightarrow q) \leftrightarrow r$	(3) $\neg(p \leftrightarrow q) \leftrightarrow r$	(4) $p \vee q$	(5) $(p \vee q) \rightarrow r$	(6) $\neg(p \vee q)$	(7) $r \rightarrow \neg(p \vee q)$
V	V	V	V	V	F	V	V	F	F
V	V	F	V	F	V	V	F	F	V
V	F	V	F	F	V	V	V	F	F
V	F	F	F	V	F	V	F	F	V
F	V	V	F	F	V	V	V	F	F
F	V	F	F	V	F	V	F	F	V
F	F	V	V	V	F	F	V	V	V
F	F	F	V	F	V	F	V	V	V

p	q	r	(8) $(5) \wedge (7)$	(9) $(4) \rightarrow r$	(10) $(9) \rightarrow \neg q$	(11) $\neg r \rightarrow (10)$	(12) $p \wedge q$	(13) $p \wedge r$	(14) $(12) \leftrightarrow (13)$
V	V	V	F	V	F	V	V	V	V
V	V	F	F	F	V	V	V	F	F
V	F	V	F	V	V	V	F	V	F
V	F	F	F	F	V	V	F	F	V
F	V	V	F	V	F	V	F	F	V
F	V	F	F	F	V	V	F	F	V
F	F	V	V	V	V	V	F	F	V
F	F	F	V	V	V	V	F	F	V

p	q	r	(15) $p \rightarrow q$	(16) $(15) \rightarrow r$	(17) $(16) \rightarrow p$	(18) $r \rightarrow q$	(19) $p \rightarrow (18)$	(20) $(13) \rightarrow q$	(21) $(19) \leftrightarrow (20)$
V	V	V	V	V	V	V	V	V	V
V	V	F	V	F	V	V	V	V	V
V	F	V	F	V	V	F	F	F	V
V	F	F	F	V	V	V	V	V	V
F	V	V	V	V	F	V	V	V	V
F	V	F	V	F	V	V	V	V	V
F	F	V	V	V	F	F	V	V	V
F	F	F	V	F	V	V	V	V	V

**Ex.1.1**

FND :

$$(p \wedge q \wedge r) \vee (p \wedge \neg q \wedge \neg r) \vee (\neg p \wedge q \wedge \neg r) \vee (\neg p \wedge \neg q \wedge r)$$

FNC :

$$\neg ((p \wedge q \wedge \neg r) \vee (p \wedge \neg q \wedge r) \vee (\neg p \wedge q \wedge \neg r) \vee (\neg p \wedge \neg q \wedge r)) \equiv ((\neg p \vee \neg q \vee r) \wedge (\neg p \vee q \vee \neg r) \wedge (p \vee \neg q \vee \neg r) \wedge (p \vee q \vee r))$$

**Ex.1.2**

FND :

$$(p \wedge q \wedge \neg r) \vee (p \wedge \neg q \wedge r) \vee (\neg p \wedge q \wedge r) \vee (\neg p \wedge \neg q \wedge \neg r)$$

FNC :

$$\neg ((p \wedge q \wedge \neg r) \vee (p \wedge \neg q \wedge r) \vee (\neg p \wedge q \wedge r) \vee (\neg p \wedge \neg q \wedge \neg r)) \equiv ((\neg p \vee \neg q \vee \neg r) \wedge (\neg p \vee q \vee r) \wedge (p \vee \neg q \vee r) \wedge (p \vee q \vee \neg r))$$

**Ex.1.3**

FND :

$$(\neg p \wedge \neg q \wedge r) \vee (\neg p \wedge \neg q \wedge \neg r) \equiv (\neg p \wedge \neg q)$$

FNC :

$$\begin{aligned} \neg ((p \wedge q \wedge r) \vee (p \wedge q \wedge \neg r) \vee (p \wedge \neg q \wedge r) \vee (p \wedge \neg q \wedge \neg r) \vee (\neg p \wedge q \wedge r) \vee (\neg p \wedge q \wedge \neg r)) &\equiv \neg ((p \wedge q) \vee (p \wedge \neg q) \vee (\neg p \wedge q)) \\ &\equiv ((\neg p \vee \neg q) \wedge (\neg p \vee q) \wedge (p \vee \neg q)) \end{aligned}$$

**Ex.1.4**

FND :

tautologie

FNC :

tautologie

**Ex.2.1**

FND :

$$(p \wedge q \wedge r) \vee (p \wedge \neg q \wedge \neg r) \vee (\neg p \wedge q \wedge r) \vee (\neg p \wedge q \wedge \neg r) \vee (\neg p \wedge \neg q \wedge r) \vee (\neg p \wedge \neg q \wedge \neg r)$$

$$\equiv (p \wedge q \wedge r) \vee (p \wedge \neg q \wedge \neg r) \vee (\neg p)$$

FNC :

$$\neg ((p \wedge q \wedge \neg r) \vee (p \wedge \neg q \wedge r)) \equiv ((\neg p \vee \neg q \vee r) \wedge (\neg p \vee q \vee \neg r))$$

**Ex.2.2**

FND :

$$(p \wedge q \wedge r) \vee (p \wedge q \wedge \neg r) \vee (p \wedge \neg q \wedge r) \vee (p \wedge \neg q \wedge \neg r) \vee (\neg p \wedge q \wedge r) \vee (\neg p \wedge \neg q \wedge \neg r)$$

FNC :

$$\neg ( (\neg p \wedge q \wedge r) \vee (\neg p \wedge \neg q \wedge r) ) \equiv ( (p \vee \neg q \vee \neg r) \wedge (p \vee q \vee \neg r) )$$

**Ex.2.3**

FND :

tautologie

FNC :

tautologie