Répartition des groupes de TP

Répartition des groupes de TP

Remarque

Vous n'êtes *pas* répartis de la même manière que pour vos autres cours. Vous êtes répartis selon la première lettre de votre nom de famille.

Répartition des groupes de TP

Remarque

Vous n'êtes *pas* répartis de la même manière que pour vos autres cours. Vous êtes répartis selon la première lettre de votre nom de famille.

GEOL1 Un seul groupe - voir GeHol – **Hussein Cheikh-Ali**

Répartition des groupes de TP

Remarque

Vous n'êtes *pas* répartis de la même manière que pour vos autres cours. Vous êtes répartis selon la première lettre de votre nom de famille.

GEOL1	Un seul groupe - voir GeHol – **Hussein Cheikh-Ali**
GEOG1	Un seul groupe - voir GeHol – **Christine Cutting**

Répartition des groupes de TP

Remarque

Vous n'êtes *pas* répartis de la même manière que pour vos autres cours. Vous êtes répartis selon la première lettre de votre nom de famille.

GEOL1 Un seul groupe - voir GeHol – **Hussein Cheikh-Ali**

GEOG1 Un seul groupe - voir GeHol – **Christine Cutting**

BIOL1 et SCIE1
- A à K: Mardi 16h-18h (local P.A2.222) et Jeudi 10h-12h (local S.K.3.401) – **Julien Rémy**

Répartition des groupes de TP

Remarque

Vous n'êtes *pas* répartis de la même manière que pour vos autres cours. Vous êtes répartis selon la première lettre de votre nom de famille.

- GEOL1 Un seul groupe - voir GeHol – **Hussein Cheikh-Ali**
- GEOG1 Un seul groupe - voir GeHol – **Christine Cutting**
- BIOL1 et SCIE1
  - A à K: Mardi 16h-18h (local P.A2.222) et Jeudi 10h-12h (local S.K.3.401) – **Julien Rémy**
  - K à Z: Mardi 16h-18h (local P.OF.2072) et Jeudi **10h30/12h30** (local P.2.N-0.7.08) – **Selim Rexhep.**

INFO1

- A à DEL: Lundi 16h-18h (P.2.N-0.7.08) et Vendredi 14h-16h (P.OF.2070 jusqu'à la semaine 6, puis P.0F.2064) – **Hussein Cheikh-Ali**

INFO1

- A à DEL: Lundi 16h-18h (P.2.N-0.7.08) et Vendredi 14h-16h (P.OF.2070 jusqu'à la semaine 6, puis P.0F.2064) – **Hussein Cheikh-Ali**
- DEM à I: Lundi 16h-18h (P.A2.220) et Vendredi 14h-16h (P.1C3.203) – **Robson do Nascimento**

INFO1

- A à DEL: Lundi 16h-18h (P.2.N-0.7.08) et Vendredi 14h-16h (P.OF.2070 jusqu'à la semaine 6, puis P.0F.2064) – **Hussein Cheikh-Ali**
- DEM à I: Lundi 16h-18h (P.A2.220) et Vendredi 14h-16h (P.1C3.203) – **Robson do Nascimento**
- J à PIR: Lundi 16h-18h (P.FORUM.H) et Vendredi 10h30-12h30 (P.2.N-O.6.07) – **Thibaut Grouy**

INFO1

- A à DEL: Lundi 16h-18h (P.2.N-0.7.08) et Vendredi 14h-16h (P.OF.2070 jusqu'à la semaine 6, puis P.0F.2064) – **Hussein Cheikh-Ali**
- DEM à I: Lundi 16h-18h (P.A2.220) et Vendredi 14h-16h (P.1C3.203) – **Robson do Nascimento**
- J à PIR: Lundi 16h-18h (P.FORUM.H) et Vendredi 10h30-12h30 (P.2.N-O.6.07) – **Thibaut Grouy**
- POI à Z: Lundi 16h-18h (P.2.N-0.6.07) et Vendredi 10h30-12h30 (P.A2.122) – **Antoine Bricmont**

INFO1

- A à DEL: Lundi 16h-18h (P.2.N-0.7.08) et Vendredi 14h-16h (P.OF.2070 jusqu'à la semaine 6, puis P.0F.2064) – **Hussein Cheikh-Ali**
- DEM à I: Lundi 16h-18h (P.A2.220) et Vendredi 14h-16h (P.1C3.203) – **Robson do Nascimento**
- J à PIR: Lundi 16h-18h (P.FORUM.H) et Vendredi 10h30-12h30 (P.2.N-O.6.07) – **Thibaut Grouy**
- POI à Z: Lundi 16h-18h (P.2.N-0.6.07) et Vendredi 10h30-12h30 (P.A2.122) – **Antoine Bricmont**

CHIM1

- A à H
  - Lundi 14h-16h (P.OF.2072, Semaines 3 à 6), Vendredi 16h-18h (P.OF.2076, Semaine 8 à 14) et toujours Mardi 10h-12h (S.UB4.132) – **Hussein Cheickh-Ali**

INFO1

- A à DEL: Lundi 16h-18h (P.2.N-0.7.08) et Vendredi 14h-16h (P.OF.2070 jusqu'à la semaine 6, puis P.0F.2064) – **Hussein Cheikh-Ali**
- DEM à I: Lundi 16h-18h (P.A2.220) et Vendredi 14h-16h (P.1C3.203) – **Robson do Nascimento**
- J à PIR: Lundi 16h-18h (P.FORUM.H) et Vendredi 10h30-12h30 (P.2.N-O.6.07) – **Thibaut Grouy**
- POI à Z: Lundi 16h-18h (P.2.N-0.6.07) et Vendredi 10h30-12h30 (P.A2.122) – **Antoine Bricmont**

CHIM1

- A à H
  - Lundi 14h-16h (P.OF.2072, Semaines 3 à 6), Vendredi 16h-18h (P.OF.2076, Semaine 8 à 14) et toujours Mardi 10h-12h (S.UB4.132) – **Hussein Cheickh-Ali**
- I à Z
  - Lundi 14h-16h (P.A2.220, Semaines 3 à 6), Vendredi 16h-18h (P.OF.2066, Semaine 8 à 14) et toujours Mardi 10h-12h (S.P4.1.10) – **Jessica Mulfas**

IRBI1

- A à DE – Mercredi 8h-10h (P.2.N-0.5.06) et Jeudi 16h-18h (P.2.N-O.7.08) – **Hussein Cheikh-Ali**

IRBI1

- A à DE – Mercredi 8h-10h (P.2.N-0.5.06) et Jeudi 16h-18h (P.2.N-O.7.08) – **Hussein Cheikh-Ali**
- DO à L – Mercredi 8h-10h (S.C4.219) et Vendredi 16h-18h (P.A2.222) – **Julie Distexhe**

IRBI1

- A à DE – Mercredi 8h-10h (P.2.N-0.5.06) et Jeudi 16h-18h (P.2.N-O.7.08) – **Hussein Cheikh-Ali**
- DO à L – Mercredi 8h-10h (S.C4.219) et Vendredi 16h-18h (P.A2.222) – **Julie Distexhe**
- M à Z – Mercredi 8h-10h (S.H3244) et Vendredi 16h-18h (P.2.N-0.7.07) - **Robson do Nascimento**

IRBI1

- A à DE – Mercredi 8h-10h (P.2.N-0.5.06) et Jeudi 16h-18h (P.2.N-O.7.08) – **Hussein Cheikh-Ali**
- DO à L – Mercredi 8h-10h (S.C4.219) et Vendredi 16h-18h (P.A2.222) – **Julie Distexhe**
- M à Z – Mercredi 8h-10h (S.H3244) et Vendredi 16h-18h (P.2.N-0.7.07) - **Robson do Nascimento**

Toutes ces infos sont sur la page du cours homepages.ulb.ac.be/ bpremose.

Combinatoire: rappels de la séance précédente

Supposons que nous ayons n objets distincts.

Combinatoire: rappels de la séance précédente

Supposons que nous ayons n objets distincts.

- Faire des mots de longueur k avec répétition possible

Combinatoire: rappels de la séance précédente

Supposons que nous ayons n objets distincts.

- Faire des mots de longueur k avec répétition possible : n^k possibilités.

Combinatoire: rappels de la séance précédente

Supposons que nous ayons n objets distincts.

- Faire des mots de longueur k avec répétition possible : n^k possibilités.
- Ré-ordonner ces n objets :

Combinatoire: rappels de la séance précédente

Supposons que nous ayons n objets distincts.

- Faire des mots de longueur k avec répétition possible : n^k possibilités.
- Ré-ordonner ces n objets : $n!$ possibilités.

Combinatoire: rappels de la séance précédente

Supposons que nous ayons n objets distincts.

- Faire des mots de longueur k avec répétition possible : n^k possibilités.
- Ré-ordonner ces n objets : $n!$ possibilités. C'est équivalent à faire des mots de longueur n avec ces n objets.

Combinatoire: rappels de la séance précédente

Supposons que nous ayons n objets distincts.

- Faire des mots de longueur k avec répétition possible : n^k possibilités.
- Ré-ordonner ces n objets : $n!$ possibilités. C′est équivalent à faire des mots de longueur n avec ces n objets.
- Choisir k objets parmi ces n objets :

Combinatoire: rappels de la séance précédente

Supposons que nous ayons n objets distincts.

- Faire des mots de longueur k avec répétition possible : n^k possibilités.
- Ré-ordonner ces n objets : $n!$ possibilités. C'est équivalent à faire des mots de longueur n avec ces n objets.
- Choisir k objets parmi ces n objets :
  - Si l'ordre compte : $n(n-1)\cdots(n-(k-1)) =$

Combinatoire: rappels de la séance précédente

Supposons que nous ayons n objets distincts.

- Faire des mots de longueur k avec répétition possible : n^k possibilités.
- Ré-ordonner ces n objets : $n!$ possibilités. C'est équivalent à faire des mots de longueur n avec ces n objets.
- Choisir k objets parmi ces n objets :
  - Si l'ordre compte : $n(n-1)\cdots(n-(k-1)) = \frac{n!}{(n-k)!}$ possibilités.

Combinatoire: rappels de la séance précédente

Supposons que nous ayons n objets distincts.

- Faire des mots de longueur k avec répétition possible : n^k possibilités.
- Ré-ordonner ces n objets : $n!$ possibilités. C'est équivalent à faire des mots de longueur n avec ces n objets.
- Choisir k objets parmi ces n objets :
  - Si l'ordre compte : $n(n-1)\cdots(n-(k-1)) = \frac{n!}{(n-k)!}$ possibilités. C'est équivalent à faire des mots de longueur k avec ces n objets.

Combinatoire: rappels de la séance précédente

Supposons que nous ayons n objets distincts.

- Faire des mots de longueur k avec répétition possible : n^k possibilités.
- Ré-ordonner ces n objets : $n!$ possibilités. C'est équivalent à faire des mots de longueur n avec ces n objets.
- Choisir k objets parmi ces n objets :
  - Si l'ordre compte : $n(n-1)\cdots(n-(k-1)) = \frac{n!}{(n-k)!}$ possibilités. C'est équivalent à faire des mots de longueur k avec ces n objets.
  - Si l'ordre ne compte pas : $\frac{n!}{k!(n-k)!} =$

Combinatoire: rappels de la séance précédente

Supposons que nous ayons n objets distincts.

- Faire des mots de longueur k avec répétition possible : n^k possibilités.
- Ré-ordonner ces n objets : $n!$ possibilités. C'est équivalent à faire des mots de longueur n avec ces n objets.
- Choisir k objets parmi ces n objets :
  - Si l'ordre compte : $n(n-1)\cdots(n-(k-1)) = \frac{n!}{(n-k)!}$ possibilités. C'est équivalent à faire des mots de longueur k avec ces n objets.
  - Si l'ordre ne compte pas : $\frac{n!}{k!(n-k)!} = \binom{n}{k}$ possibilités.

Combinatoire: rappels de la séance précédente

Supposons que nous ayons n objets distincts.

- Faire des mots de longueur k avec répétition possible : n^k possibilités.
- Ré-ordonner ces n objets : $n!$ possibilités. C'est équivalent à faire des mots de longueur n avec ces n objets.
- Choisir k objets parmi ces n objets :
  - Si l'ordre compte : $n(n-1)\cdots(n-(k-1)) = \frac{n!}{(n-k)!}$ possibilités. C'est équivalent à faire des mots de longueur k avec ces n objets.
  - Si l'ordre ne compte pas : $\frac{n!}{k!(n-k)!} = \binom{n}{k}$ possibilités. C'est équivalent à compter le nombre de « tas » possibles avec k objets parmis ces n.

Combinatoire: rappels de la séance précédente

Supposons que nous ayons n objets distincts.

- Faire des mots de longueur k avec répétition possible : n^k possibilités.
- Ré-ordonner ces n objets : $n!$ possibilités. C'est équivalent à faire des mots de longueur n avec ces n objets.
- Choisir k objets parmi ces n objets :
  - Si l'ordre compte : $n(n-1)\cdots(n-(k-1)) = \frac{n!}{(n-k)!}$ possibilités. C'est équivalent à faire des mots de longueur k avec ces n objets.
  - Si l'ordre ne compte pas : $\frac{n!}{k!(n-k)!} = \binom{n}{k}$ possibilités. C'est équivalent à compter le nombre de « tas » possibles avec k objets parmis ces n.

Combinatoire: rappels de la séance précédente

Supposons que nous ayons n objets distincts.

- Faire des mots de longueur k avec répétition possible : n^k possibilités.
- Ré-ordonner ces n objets : $n!$ possibilités. C'est équivalent à faire des mots de longueur n avec ces n objets.
- Choisir k objets parmi ces n objets :
  - Si l'ordre compte : $n(n-1)\cdots(n-(k-1)) = \frac{n!}{(n-k)!}$ possibilités. C'est équivalent à faire des mots de longueur k avec ces n objets.
  - Si l'ordre ne compte pas : $\frac{n!}{k!(n-k)!} = \binom{n}{k}$ possibilités. C'est équivalent à compter le nombre de « tas » possibles avec k objets parmis ces n.

Le coefficient $\binom{n}{k}$ se prononce « k parmi n » ou « n choose k ».

Symétrie des coefficients binomiaux

Remarquons qu'on peut poser deux questions similaires :

Symétrie des coefficients binomiaux

Remarquons qu'on peut poser deux questions similaires :

Question

De combien de façons peut-on choisir k objets distincts parmi n objets distincts, sans prendre en compte leur ordre?

Symétrie des coefficients binomiaux

Remarquons qu'on peut poser deux questions similaires :

Question

De combien de façons peut-on choisir k objets distincts parmi n objets distincts, sans prendre en compte leur ordre?

Question

De combien de façons peut-on choisir $n-k$ objets distincts parmi n objets distincts, sans prendre en compte leur ordre?

Symétrie des coefficients binomiaux

Remarquons qu'on peut poser deux questions similaires :

Question

De combien de façons peut-on choisir k objets distincts parmi n objets distincts, sans prendre en compte leur ordre?

Question

De combien de façons peut-on choisir $n-k$ objets distincts parmi n objets distincts, sans prendre en compte leur ordre?

Réponse

$$\binom{n}{k}$$

Symétrie des coefficients binomiaux

Remarquons qu'on peut poser deux questions similaires :

Question

De combien de façons peut-on choisir k objets distincts parmi n objets distincts, sans prendre en compte leur ordre?

Question

De combien de façons peut-on choisir $n-k$ objets distincts parmi n objets distincts, sans prendre en compte leur ordre?

Réponse

$$\binom{n}{k} = \binom{n}{n-k}$$

La preuve algébrique de ce résultat est très simple:

La preuve algébrique de ce résultat est très simple:

$$\binom{n}{n-k} = \frac{n!}{\big(n-(n-k)\big)!(n-k)!}$$

La preuve par le calcul

La preuve algébrique de ce résultat est très simple:

$$\binom{n}{n-k} = \frac{n!}{\big(n-(n-k)\big)!(n-k)!} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$

La preuve par le calcul

La preuve algébrique de ce résultat est très simple:

$$\begin{aligned}\binom{n}{n-k} &= \frac{n!}{\big(n-(n-k)\big)!(n-k)!} \\ &= \frac{n!}{k!(n-k)!} \\ &= \binom{n}{k}.\end{aligned}$$

Formule du binôme de Newton

Les coefficients binomiaux interviennent naturellement quand on veut développer des puissances.

Formule du binôme de Newton

Les coefficients binomiaux interviennent naturellement quand on veut développer des puissances. On calcule:

Exemple

$$(x+y)^2$$

Formule du binôme de Newton

Les coefficients binomiaux interviennent naturellement quand on veut développer des puissances. On calcule:

Exemple

$$(x+y)^2 = (x+y)(x+y) = xx + xy + yx + yy$$

Formule du binôme de Newton

Les coefficients binomiaux interviennent naturellement quand on veut développer des puissances. On calcule:

Exemple

$$(x+y)^2 = (x+y)(x+y) = xx + xy + yx + yy = x^2 + 2xy + y^2$$

Formule du binôme de Newton

Les coefficients binomiaux interviennent naturellement quand on veut développer des puissances. On calcule:

Exemple

$$(x+y)^2 = (x+y)(x+y) = xx + xy + yx + yy = x^2 + 2xy + y^2$$
$$(x+y)^3 = (x+y)(x+y)(x+y)$$

Formule du binôme de Newton

Les coefficients binomiaux interviennent naturellement quand on veut développer des puissances. On calcule:

Exemple

$$\begin{aligned}
(x+y)^2 &= (x+y)(x+y) = xx + xy + yx + yy = x^2 + 2xy + y^2 \\
(x+y)^3 &= (x+y)(x+y)(x+y) \\
&= x(xx+xy+yx+yy) + y(xx+xy+yx+yy)
\end{aligned}$$

Formule du binôme de Newton

Les coefficients binomiaux interviennent naturellement quand on veut développer des puissances. On calcule:

Exemple

$$
\begin{aligned}
(x+y)^2 &= (x+y)(x+y) = xx + xy + yx + yy = x^2 + 2xy + y^2 \\
(x+y)^3 &= (x+y)(x+y)(x+y) \\
&= x(xx + xy + yx + yy) + y(xx + xy + yx + yy) \\
&= x^3 + 3x^2y + 3xy^2 + y^3
\end{aligned}
$$

Formule du binôme de Newton

Les coefficients binomiaux interviennent naturellement quand on veut développer des puissances. On calcule:

Exemple

$$
\begin{aligned}
(x+y)^2 &= (x+y)(x+y) = xx + xy + yx + yy = x^2 + 2xy + y^2 \\
(x+y)^3 &= (x+y)(x+y)(x+y) \\
&= x(xx + xy + yx + yy) + y(xx + xy + yx + yy) \\
&= x^3 + 3x^2y + 3xy^2 + y^3
\end{aligned}
$$

Formule du binôme de Newton

Les coefficients binomiaux interviennent naturellement quand on veut développer des puissances. On calcule:

Exemple

$$
\begin{aligned}
(x+y)^2 &= (x+y)(x+y) = xx+xy+yx+yy = x^2+2xy+y^2 \\
(x+y)^3 &= (x+y)(x+y)(x+y) \\
&= x(xx+xy+yx+yy)+y(xx+xy+yx+yy) \\
&= x^3+3x^2y+3xy^2+y^3
\end{aligned}
$$

Les coefficients (1,2,1) et (1,3,3,1) correspondent aux lignes $n=2$ et $n=3$ du triangle de Pascal. (Donc respectivement la 3ème et 4ème ligne).

Triangle de Pascal (Rappel)

1							
1	1						
1	2	1					
1	3	3	1				
1	4	6	4	1			
1	5	10	10	5	1		
1	6	15	20	15	6	1	
1	7	21	35	35	21	7	1

Triangle de Pascal (Rappel)

1							
1	1						
1	2	1					
1	3	3	1				
1	4	6	4	1			
1	5	10	10	5	1		
1	6	15	20	15	6	1	
1	7	21	35	35	21	7	1

							1							
						1		1						
					1		2		1					
				1		3		3		1				
			1		4		6		4		1			
		1		5		10		10		5		1		
	1		6		15		20		15		6		1	
1		7		21		35		35		21		7		1

Formule du binôme de Newton

Les coefficients binomiaux apparaissent dans la formule du binôme:

Résultat (Formule du binôme de Newton)

Formule du binôme de Newton

Les coefficients binomiaux apparaissent dans la formule du binôme:

Résultat (Formule du binôme de Newton)

$$(x+y)^n$$

Formule du binôme de Newton

Les coefficients binomiaux apparaissent dans la formule du binôme:

Résultat (Formule du binôme de Newton)

$$(x+y)^n = \sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} x^k y^{n-k}$$

Formule du binôme de Newton

Les coefficients binomiaux apparaissent dans la formule du binôme:

Résultat (Formule du binôme de Newton)

$$(x+y)^n = \sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} x^k y^{n-k}$$

Formule du binôme de Newton

Les coefficients binomiaux apparaissent dans la formule du binôme:

Résultat (Formule du binôme de Newton)

$$(x+y)^n = \sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} x^k y^{n-k}$$

Démonstration.

Par récurrence.

Formule du binôme de Newton

Les coefficients binomiaux apparaissent dans la formule du binôme:

Résultat (Formule du binôme de Newton)

$$(x+y)^n = \sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} x^k y^{n-k}$$

Démonstration.

Par récurrence. Nous ne la ferons pas ici, voir le syllabus. $\square$

Illustration avec le triangle de Pascal:

1							
1	1						
1	2	1					
1	3	3	1				
1	4	6	4	1			
1	5	10	10	5	1		
1	6	15	20	15	6	1	
1	7	21	35	35	21	7	1

Illustration avec le triangle de Pascal:

1							
1	1						
1	2	1					
1	3	3	1				
1	4	6	4	1			
1	5	10	10	5	1		
1	6	15	20	15	6	1	
1	7	21	35	35	21	7	1

La première ligne correspond à $n = 0$.

Illustration avec le triangle de Pascal:

1							
1	1						
1	2	1					
1	3	3	1				
1	4	6	4	1			
1	5	10	10	5	1		
1	6	15	20	15	6	1	
1	7	21	35	35	21	7	1

La première ligne correspond à $n = 0$. Pour calculer $(x + y)^5$ on lit les coefficients sur la 6-ème ligne du tableau:

Illustration avec le triangle de Pascal:

1							
1	1						
1	2	1					
1	3	3	1				
1	4	6	4	1			
1	5	10	10	5	1		
1	6	15	20	15	6	1	
1	7	21	35	35	21	7	1

La première ligne correspond à $n = 0$. Pour calculer $(x + y)^5$ on lit les coefficients sur la 6-ème ligne du tableau:

$$(x + y)^5 =$$

Illustration avec le triangle de Pascal:

1							
1	1						
1	2	1					
1	3	3	1				
1	4	6	4	1			
1	5	10	10	5	1		
1	6	15	20	15	6	1	
1	7	21	35	35	21	7	1

La première ligne correspond à $n = 0$. Pour calculer $(x+y)^5$ on lit les coefficients sur la 6-ème ligne du tableau:

$$(x+y)^5 = x^5 + 5x^4y + 10x^3y^2 + 10x^2y^3 + 5xy^4 + y^5.$$

Contenu de la section

Contenu de la section

La valeur absolue de x

La valeur absolue de x, notée $|x|$, est définie par :

La valeur absolue de x, notée $|x|$, est définie par :

$$|x| := \begin{cases} x & \text{si } x \geq 0 \\ -x & \text{si } x < 0 \end{cases}$$

La valeur absolue de x, notée $|x|$, est définie par :

$$|x| := \begin{cases} x & \text{si } x \geq 0 \\ -x & \text{si } x < 0 \end{cases}$$

Exemple

La valeur absolue de x, notée $|x|$, est définie par :

$$|x| := \begin{cases} x & \text{si } x \geq 0 \\ -x & \text{si } x < 0 \end{cases}$$

Exemple

- $|5| = 5$ car 5 est positif, donc on est dans le premier cas.

La valeur absolue de x, notée $|x|$, est définie par :

$$|x| := \begin{cases} x & \text{si } x \geq 0 \\ -x & \text{si } x < 0 \end{cases}$$

Exemple

- $|5| = 5$ car 5 est positif, donc on est dans le premier cas.
- $|-5| = -(-5) = 5$ car -5 est négatif, donc on est dans le second cas.

La valeur absolue de x, notée $|x|$, est définie par :

$$|x| := \begin{cases} x & \text{si } x \geq 0 \\ -x & \text{si } x < 0 \end{cases}$$

Exemple

- $|5| = 5$ car 5 est positif, donc on est dans le premier cas.
- $|-5| = -(-5) = 5$ car -5 est négatif, donc on est dans le second cas.
- 0 n'est pas spécial

La valeur absolue de x, notée $|x|$, est définie par :

$$|x| := \begin{cases} x & \text{si } x \geq 0 \\ -x & \text{si } x < 0 \end{cases}$$

Exemple

- $|5| = 5$ car 5 est positif, donc on est dans le premier cas.
- $|-5| = -(-5) = 5$ car -5 est négatif, donc on est dans le second cas.
- 0 n'est pas spécial : $|0| = 0$ (premier cas).

La valeur absolue de x, notée $|x|$, est définie par :

$$|x| := \begin{cases} x & \text{si } x \geq 0 \\ -x & \text{si } x < 0 \end{cases}$$

Exemple

- $|5| = 5$ car 5 est positif, donc on est dans le premier cas.
- $|-5| = -(-5) = 5$ car -5 est négatif, donc on est dans le second cas.
- 0 n'est pas spécial : $|0| = 0$ (premier cas).

Remarque

Si x,y sont des réels, alors $|x-y|$ s'interpète

La valeur absolue de x, notée $|x|$, est définie par :

$$|x| := \begin{cases} x & \text{si } x \geq 0 \\ -x & \text{si } x < 0 \end{cases}$$

Exemple

- $|5| = 5$ car 5 est positif, donc on est dans le premier cas.
- $|-5| = -(-5) = 5$ car -5 est négatif, donc on est dans le second cas.
- 0 n'est pas spécial : $|0| = 0$ (premier cas).

Remarque

Si x,y sont des réels, alors $|x - y|$ s'interpète comme la distance entre x et y.

Résultat

Pour tous x,y, nous avons

$$|x| = |-x|$$

Résultat

Pour tous x,y, nous avons

$$|x| = |-x| \qquad\qquad |x-y| = |y-x|$$

Résultat

Pour tous x,y, nous avons

$$|x| = |-x| \qquad\qquad |x-y| = |y-x|$$

Résultat

Pour tous x,y, nous avons

$$|x| = |-x| \qquad\qquad |x-y| = |y-x|$$

Démonstration.

Pour la première égalité, on distingue trois cas :

Résultat

Pour tous x,y, nous avons

$$|x| = |-x| \qquad\qquad |x-y| = |y-x|$$

Démonstration.

Pour la première égalité, on distingue trois cas :

- Si $x = 0$ est nul, alors $-x = 0$,

Résultat

Pour tous x,y, nous avons

$$|x| = |-x| \qquad\qquad |x-y| = |y-x|$$

Démonstration.

Pour la première égalité, on distingue trois cas :

- Si $x = 0$ est nul, alors $-x = 0$,
- Si $x > 0$, alors $-x < 0$ donc $x = -(-x)$,

Résultat

Pour tous x,y, nous avons

$$|x| = |-x| \qquad\qquad |x-y| = |y-x|$$

Démonstration.

Pour la première égalité, on distingue trois cas :

- Si $x = 0$ est nul, alors $-x = 0$,
- Si $x > 0$, alors $-x < 0$ donc $x = -(-x)$,
- Si $x < 0$, alors $-x > 0$ donc $-x = -x$.

Résultat

Pour tous x,y, nous avons

$$|x| = |-x| \qquad |x-y| = |y-x|$$

Démonstration.

Pour la première égalité, on distingue trois cas :

- Si $x = 0$ est nul, alors $-x = 0$,
- Si $x > 0$, alors $-x < 0$ donc $x = -(-x)$,
- Si $x < 0$, alors $-x > 0$ donc $-x = -x$.

Pour la seconde égalité

Résultat

Pour tous x,y, nous avons

$$|x| = |-x| \qquad\qquad |x-y| = |y-x|$$

Démonstration.

Pour la première égalité, on distingue trois cas :

- Si $x = 0$ est nul, alors $-x = 0$,
- Si $x > 0$, alors $-x < 0$ donc $x = -(-x)$,
- Si $x < 0$, alors $-x > 0$ donc $-x = -x$.

Pour la seconde égalité, notons simplement que $x - y = -(y - x)$. □

Contenu de la section

Soit x un nombre réel. Considérons x^2. Quelques valeurs :

Soit x un nombre réel. Considérons x^2. Quelques valeurs :

x	x^2
0	0
0.10	0.01
0.50	0.25
0.90	0.81
0.99	0.9801
1	1
1.1	1.21
1.5	2.25
2	4
10	100

Soit x un nombre réel. Considérons x^2. Quelques valeurs :

x	x^2
0	0
0.10	0.01
0.50	0.25
0.90	0.81
0.99	0.9801
1	1
1.1	1.21
1.5	2.25
2	4
10	100

Définition

Si t est un réel positif ou nul, sa *racine carrée*,

Soit x un nombre réel. Considérons x^2. Quelques valeurs :

x	x^2
0	0
0.10	0.01
0.50	0.25
0.90	0.81
0.99	0.9801
1	1
1.1	1.21
1.5	2.25
2	4
10	100

Définition

Si t est un réel positif ou nul, sa *racine carrée*,notée $\sqrt{t}$,

Soit x un nombre réel. Considérons x^2. Quelques valeurs :

x	x^2
0	0
0.10	0.01
0.50	0.25
0.90	0.81
0.99	0.9801
1	1
1.1	1.21
1.5	2.25
2	4
10	100

Définition

Si t est un réel positif ou nul, sa *racine carrée*,notée $\sqrt{t}$, est l'unique réel positif ou nul dont le carré vaut t.

Remarque

Si t est strictement positif, alors il existe exactement *deux* nombres dont le carré vaut t

Remarque

Si t est strictement positif, alors il existe exactement *deux* nombres dont le carré vaut t : $\sqrt{t}$ et $-\sqrt{t}$.

Remarque

Si t est strictement positif, alors il existe exactement *deux* nombres dont le carré vaut t : $\sqrt{t}$ et $-\sqrt{t}$.
Le premier est positif, le second est négatif.

Remarque

Si t est strictement positif, alors il existe exactement *deux* nombres dont le carré vaut t : $\sqrt{t}$ et $-\sqrt{t}$.
Le premier est positif, le second est négatif. Mais par définition une racine carrée est toujours strictement positive.

Remarque

Si t est strictement positif, alors il existe exactement *deux* nombres dont le carré vaut t : $\sqrt{t}$ et $-\sqrt{t}$.
Le premier est positif, le second est négatif. Mais par définition une racine carrée est toujours strictement positive.

On peut sans problème étendre ces raisonnements à x^3, x^4, etc.

Définition

Si t est un réel positif ou nul, sa *racine* n^e,

Remarque

Si t est strictement positif, alors il existe exactement *deux* nombres dont le carré vaut t : $\sqrt{t}$ et $-\sqrt{t}$.
Le premier est positif, le second est négatif. Mais par définition une racine carrée est toujours strictement positive.

On peut sans problème étendre ces raisonnements à x^3, x^4, etc.

Définition

Si t est un réel positif ou nul, sa *racine* n^e, notée $\sqrt[n]{t}$,

Remarque

Si t est strictement positif, alors il existe exactement *deux* nombres dont le carré vaut t : $\sqrt{t}$ et $-\sqrt{t}$.
Le premier est positif, le second est négatif. Mais par définition une racine carrée est toujours strictement positive.

On peut sans problème étendre ces raisonnements à x^3, x^4, etc.

Définition

Si t est un réel positif ou nul, sa *racine* n^e, notée $\sqrt[n]{t}$, est l'unique réel positif ou nul dont la puissance n^{e} vaut t.

Puissances et racines

Exemple

La notation $x^{1/3}$ a-t-elle du sens ?

Puissances et racines

Exemple

La notation $x^{1/3}$ a-t-elle du sens ? Non ! Mais

Puissances et racines

Exemple

La notation $x^{1/3}$ a-t-elle du sens ? Non ! Mais supposons que les règles précédentes restent valables, alors

Puissances et racines

Exemple

La notation $x^{1/3}$ a-t-elle du sens ? Non ! Mais supposons que les règles précédentes restent valables, alors

$$(x^{1/3})^3$$

Puissances et racines

Exemple

La notation $x^{1/3}$ a-t-elle du sens ? Non ! Mais supposons que les règles précédentes restent valables, alors

$$(x^{1/3})^3 = x^{3/3}$$

Puissances et racines

Exemple

La notation $x^{1/3}$ a-t-elle du sens ? Non ! Mais supposons que les règles précédentes restent valables, alors

$$(x^{1/3})^3 = x^{3/3} = x^1 = x$$

Puissances et racines

Exemple

La notation $x^{1/3}$ a-t-elle du sens ? Non ! Mais supposons que les règles précédentes restent valables, alors

$$(x^{1/3})^3 = x^{3/3} = x^1 = x$$

Dès lors, $x^{1/3}$ doit être la racine cubique de x !

Puissances et racines

Exemple

La notation $x^{1/3}$ a-t-elle du sens ? Non ! Mais supposons que les règles précédentes restent valables, alors

$$(x^{1/3})^3 = x^{3/3} = x^1 = x$$

Dès lors, $x^{1/3}$ doit être la racine cubique de x !

$$x^{1/3} = \sqrt[3]{x}$$

Puissances et racines

Exemple

La notation $x^{1/3}$ a-t-elle du sens ? Non ! Mais supposons que les règles précédentes restent valables, alors

$$(x^{1/3})^3 = x^{3/3} = x^1 = x$$

Dès lors, $x^{1/3}$ doit être la racine cubique de x !

$$x^{1/3} = \sqrt[3]{x}$$

Définition

Si p et q sont naturels, on définit $x^{p/q} := (\sqrt[q]{x})^p$.

Puissances et racines

Exemple

La notation $x^{1/3}$ a-t-elle du sens ? Non ! Mais supposons que les règles précédentes restent valables, alors

$$(x^{1/3})^3 = x^{3/3} = x^1 = x$$

Dès lors, $x^{1/3}$ doit être la racine cubique de x !

$$x^{1/3} = \sqrt[3]{x}$$

Définition

Si p et q sont naturels, on définit $x^{p/q} := (\sqrt[q]{x})^p$.

Remarque

- Cela coïncide avec la définition usuelle dès que p/q est un naturel.

Puissances et racines

Exemple

La notation $x^{1/3}$ a-t-elle du sens ? Non ! Mais supposons que les règles précédentes restent valables, alors

$$(x^{1/3})^3 = x^{3/3} = x^1 = x$$

Dès lors, $x^{1/3}$ doit être la racine cubique de x !

$$x^{1/3} = \sqrt[3]{x}$$

Définition

Si p et q sont naturels, on définit $x^{p/q} := (\sqrt[q]{x})^p$.

Remarque

- Cela coïncide avec la définition usuelle dès que p/q est un naturel.
- On peut définir x^r pour tout réel r dès que $x > 0$.

Résultat

Pour tous réels strictement positifs x,y, *et pour tous réels* a,b, *nous avons*

Résultat

Pour tous réels strictement positifs x,y, et pour tous réels a,b, nous avons

$$x^a > 0 \tag{1.3}$$

$$x^a y^a = (xy)^a \qquad x^a x^b = x^{a+b} \tag{1.4}$$

$$(x^a)^b = x^{ab} \qquad \frac{x^a}{x^b} = x^{a-b} \tag{1.5}$$

Contenu de la section

Définition

Une *fonction* f c'est :

- un *ensemble de départ* A,

Définition

Une *fonction* f c'est :

- un *ensemble de départ* A,
- un *ensemble d'arrivée* B et

Définition

Une *fonction f* c'est :

- un *ensemble de départ A*,
- un *ensemble d'arrivée B* et
- une règle qui associe à chaque élément x de A un unique élément de B, noté $f(x)$.

Définition

Une *fonction f* c'est :

- un *ensemble de départ A*,
- un *ensemble d'arrivée B* et
- une règle qui associe à chaque élément x de A un unique élément de B, noté $f(x)$.

- $f(x)$ est *l'image* de x par f.

Définition

Une *fonction f* c'est :

- un *ensemble de départ A*,
- un *ensemble d'arrivée B* et
- une règle qui associe à chaque élément x de A un unique élément de B, noté $f(x)$.

- $f(x)$ est *l'image* de x par f.
- On dit aussi que x est un *antécédent* de $f(x)$.

Définition

Une *fonction f* c'est :

- un *ensemble de départ* A,
- un *ensemble d'arrivée* B et
- une règle qui associe à chaque élément x de A un unique élément de B, noté $f(x)$.

- $f(x)$ est *l'image* de x par f.
- On dit aussi que x est un *antécédent* de $f(x)$.

La notation pour une fonction f de A dans B est

Définition

Une *fonction f* c'est :

- un *ensemble de départ* A,
- un *ensemble d'arrivée* B et
- une règle qui associe à chaque élément x de A un unique élément de B, noté $f(x)$.

- $f(x)$ est l'*image* de x par f.
- On dit aussi que x est un *antécédent* de $f(x)$.

La notation pour une fonction f de A dans B est

$$f : \begin{cases} A \to B \\ x \mapsto f(x) \end{cases}$$

Définition

Une *fonction f* c'est :

- un *ensemble de départ* A,
- un *ensemble d'arrivée* B et
- une règle qui associe à chaque élément x de A un unique élément de B, noté $f(x)$.

- $f(x)$ est *l'image* de x par f.
- On dit aussi que x est un *antécédent* de $f(x)$.

La notation pour une fonction f de A dans B est

$$f : \begin{cases} A \to B \\ x \mapsto f(x) \end{cases} \text{ ou encore } f : A \to B, \quad x \mapsto f(x).$$

Exemple

Voici quelques exemples de fonctions :

Exemple

Voici quelques exemples de fonctions :

- Une fonction associant à chaque réel son carré
$$g : \mathbb{R} \to \mathbb{R} : x \mapsto x^2;$$

Exemple

Voici quelques exemples de fonctions :

- Une fonction associant à chaque réel son carré
$$g : \mathbb{R} \to \mathbb{R} : x \mapsto x^2;$$
- la fonction valeur absolue
$$h : \mathbb{R} \to \mathbb{R} : x \mapsto |x|;$$

Exemple

Voici quelques exemples de fonctions :

- Une fonction associant à chaque réel son carré
$$g : \mathbb{R} \to \mathbb{R} : x \mapsto x^2;$$
- la fonction valeur absolue
$$h : \mathbb{R} \to \mathbb{R} : x \mapsto |x|;$$
- La fonction racine carrée:
$$h : \mathbb{R}^+ \to \mathbb{R}^+ : x \mapsto \sqrt{x};$$

Exemple

Voici quelques exemples de fonctions :

- Une fonction associant à chaque réel son carré
$$g : \mathbb{R} \to \mathbb{R} : x \mapsto x^2;$$
- la fonction valeur absolue
$$h : \mathbb{R} \to \mathbb{R} : x \mapsto |x|;$$
- La fonction racine carrée:
$$h : \mathbb{R}^+ \to \mathbb{R}^+ : x \mapsto \sqrt{x};$$
- la fonction *plancher*
$$i : \mathbb{R} \to \mathbb{Z} : x \mapsto \lfloor x \rfloor$$
où $\lfloor x \rfloor$ est défini comme le plus grand entier k tel que $k \leqslant x$;

Exemple

- la *fonction caractéristique* de l'ensemble $\mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$

$$j : \mathbb{R} \to \{0,1\} : x \mapsto \begin{cases} 1 & \text{si } x \in \mathbb{Q} \\ 0 & \text{si } x \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{Q} \end{cases}$$

Autres exemples de fonction

Une fonction est en général juste une loi de correspondance:

Exemple

Si t désigne le nombre de secondes depuis un instant 0 fixé arbitrairement (par exemple: **maintenant**)

Autres exemples de fonction

Une fonction est en général juste une loi de correspondance:

Exemple

Si t désigne le nombre de secondes depuis un instant 0 fixé arbitrairement (par exemple: **maintenant**), nous pouvons noter $f(t)$

Autres exemples de fonction

Une fonction est en général juste une loi de correspondance:

Exemple

Si t désigne le nombre de secondes depuis un instant 0 fixé arbitrairement (par exemple: **maintenant**), nous pouvons noter $f(t)$

- le nombre de lapins sur le campus Plaine, ou

Autres exemples de fonction

Une fonction est en général juste une loi de correspondance:

Exemple

Si t désigne le nombre de secondes depuis un instant 0 fixé arbitrairement (par exemple: **maintenant**), nous pouvons noter $f(t)$

- le nombre de lapins sur le campus Plaine, ou
- le nombre de bactéries dans environnement donné, ou

Autres exemples de fonction

Une fonction est en général juste une loi de correspondance:

Exemple

Si t désigne le nombre de secondes depuis un instant 0 fixé arbitrairement (par exemple: **maintenant**), nous pouvons noter $f(t)$

- le nombre de lapins sur le campus Plaine, ou
- le nombre de bactéries dans environnement donné, ou
- toute quantité dont les variations au fil du temps nous intéressent...

Une fonction peut concerner autre chose que des nombres.

Exemple

Soit A l'ensemble des étudiant-e-s à l'ULB.

Une fonction peut concerner autre chose que des nombres.

Exemple

Soit A l'ensemble des étudiant-e-s à l'ULB. On associe, à chaque étudiant-e, son numéro de matricule.

Une fonction peut concerner autre chose que des nombres.

Exemple

Soit A l'ensemble des étudiant-e-s à l'ULB. On associe, à chaque étudiant-e, son numéro de matricule. Chaque étudiant-e à l'ULB possède un unique tel numéro matricule, cela définit donc une fonction de A dans $\mathbb{N}$.

Une fonction peut concerner autre chose que des nombres.

Exemple

Soit A l'ensemble des étudiant-e-s à l'ULB. On associe, à chaque étudiant-e, son numéro de matricule. Chaque étudiant-e à l'ULB possède un unique tel numéro matricule, cela définit donc une fonction de A dans $\mathbb{N}$.

Exemple

La notation

$$f : \mathbb{R} \to \mathbb{R} : x \mapsto \frac{1}{x}$$

ne définit *pas* une fonction au sens précédent, car l'image de 0 n'a pas été définie.

Une fonction peut concerner autre chose que des nombres.

Exemple

Soit A l'ensemble des étudiant-e-s à l'ULB. On associe, à chaque étudiant-e, son numéro de matricule. Chaque étudiant-e à l'ULB possède un unique tel numéro matricule, cela définit donc une fonction de A dans $\mathbb{N}$.

Exemple

La notation

$$f : \mathbb{R} \to \mathbb{R} : x \mapsto \frac{1}{x}$$

ne définit *pas* une fonction au sens précédent, car l'image de 0 n'a pas été définie. Par contre,

$$g : \mathbb{R} \to \mathbb{R} : x \mapsto \begin{cases} \frac{1}{x} & \text{si } x \neq 0 \\ 0 & \text{sinon.} \end{cases}$$

définit correctement une fonction.

Une fonction peut concerner autre chose que des nombres.

Exemple

Soit A l'ensemble des étudiant-e-s à l'ULB. On associe, à chaque étudiant-e, son numéro de matricule. Chaque étudiant-e à l'ULB possède un unique tel numéro matricule, cela définit donc une fonction de A dans $\mathbb{N}$.

Exemple

La notation

$$f : \mathbb{R} \to \mathbb{R} : x \mapsto \frac{1}{x}$$

ne définit *pas* une fonction au sens précédent, car l'image de 0 n'a pas été définie. Par contre,

$$g : \mathbb{R} \to \mathbb{R} : x \mapsto \begin{cases} \frac{1}{x} & \text{si } x \neq 0 \\ 0 & \text{sinon.} \end{cases}$$

définit correctement une fonction. (Tous les points de l'ensemble de départ doivent avoir une image; ou alors il faut changer l'ensemble de départ!)

Une fonction peut concerner autre chose que des nombres.

Exemple

Soit A l'ensemble des étudiant-e-s à l'ULB. On associe, à chaque étudiant-e, son numéro de matricule. Chaque étudiant-e à l'ULB possède un unique tel numéro matricule, cela définit donc une fonction de A dans $\mathbb{N}$.

Exemple

La notation

$$f : \mathbb{R} \to \mathbb{R} : x \mapsto \frac{1}{x}$$

ne définit *pas* une fonction au sens précédent, car l'image de 0 n'a pas été définie. Par contre,

$$g : \mathbb{R} \to \mathbb{R} : x \mapsto \begin{cases} \frac{1}{x} & \text{si } x \neq 0 \\ 0 & \text{sinon.} \end{cases}$$

définit correctement une fonction. (Tous les points de l'ensemble de départ doivent avoir une image; ou alors il faut changer l'ensemble de départ!) Pareil si on remplace 0 par -1, 50, etc...

Exemple

Par exemple:

$$h : \mathbb{R}\backslash\{0\} \to \mathbb{R} : x \mapsto \frac{1}{x}$$

définit maintenant bien une fonction au sens précédent.

Exemple

Par exemple:

$$h : \mathbb{R}\backslash\{0\} \to \mathbb{R} : x \mapsto \frac{1}{x}$$

définit maintenant bien une fonction au sens précédent. Avec pour ensemble de départ $A = \mathbb{R}\backslash\{0\}$ et pour ensemble d'arrivée $B = \mathbb{R}$.

Exemple

Par exemple:

$$h : \mathbb{R}\backslash\{0\} \to \mathbb{R} : x \mapsto \frac{1}{x}$$

définit maintenant bien une fonction au sens précédent. Avec pour ensemble de départ $A = \mathbb{R}\backslash\{0\}$ et pour ensemble d'arrivée $B = \mathbb{R}$.

Ceci car tout point de l'ensemble A a une image bien définie.

Exemple

Par exemple:

$$h : \mathbb{R}\backslash\{0\} \to \mathbb{R} : x \mapsto \frac{1}{x}$$

définit maintenant bien une fonction au sens précédent. Avec pour ensemble de départ $A = \mathbb{R}\backslash\{0\}$ et pour ensemble d'arrivée $B = \mathbb{R}$.

Ceci car tout point de l'ensemble A a une image bien définie.

Exemple

Est-ce que

$$g : [-1, +\infty[\to \mathbb{R} : x \mapsto \sqrt{x}$$

définit correctement une fonction?

Exemple

Par exemple:

$$h : \mathbb{R}\backslash\{0\} \to \mathbb{R} : x \mapsto \frac{1}{x}$$

définit maintenant bien une fonction au sens précédent. Avec pour ensemble de départ $A = \mathbb{R}\backslash\{0\}$ et pour ensemble d'arrivée $B = \mathbb{R}$.

Ceci car tout point de l'ensemble A a une image bien définie.

Exemple

Est-ce que

$$g : [-1, +\infty[\to \mathbb{R} : x \mapsto \sqrt{x}$$

définit correctement une fonction? **Non**, car la racine carrée d'un nombre négatif n'est pas bien définie!

Contenu de la section

Exercice

Comment choisir le domaine $A \subset \mathbb{R}$

Exercice

Comment choisir le domaine $A \subset \mathbb{R}$ pour que

$$f : A \to \mathbb{R} : x \mapsto \frac{1}{x^2 - 1}$$

définisse une fonction ?

Exercice

Comment choisir le domaine $A \subset \mathbb{R}$ pour que

$$f : A \to \mathbb{R} : x \mapsto \frac{1}{x^2 - 1}$$

définisse une fonction ?

Réponse

N'importe quel A ne contenant ni 1 ni -1 convient.

Exercice

Comment choisir le domaine $A \subset \mathbb{R}$ pour que

$$f : A \to \mathbb{R} : x \mapsto \frac{1}{x^2 - 1}$$

définisse une fonction ?

Réponse

N'importe quel A ne contenant ni 1 ni -1 convient. Généralement, nous prenons « le plus grand possible », c'est-à-dire $A = \mathbb{R} \setminus \{-1, 1\}$.

Exercice

Comment choisir le domaine $A \subset \mathbb{R}$ pour que
$$f : A \to \mathbb{R} : x \mapsto \frac{1}{x^2 - 1}$$
définisse une fonction ?

Réponse

N'importe quel A ne contenant ni 1 ni -1 convient. Généralement, nous prenons « le plus grand possible », c'est-à-dire $A = \mathbb{R} \setminus \{-1,1\}$.

Remarque

La règle qui donne $f(x)$ sera souvent une simple formule contenant la variable x

Exercice

Comment choisir le domaine $A \subset \mathbb{R}$ pour que

$$f : A \to \mathbb{R} : x \mapsto \frac{1}{x^2 - 1}$$

définisse une fonction ?

Réponse

N'importe quel A ne contenant ni 1 ni -1 convient. Généralement, nous prenons « le plus grand possible », c'est-à-dire $A = \mathbb{R} \setminus \{-1,1\}$.

Remarque

La règle qui donne $f(x)$ sera souvent une simple formule contenant la variable x (également appelée *expression algébrique*).

Exercice

Comment choisir le domaine $A \subset \mathbb{R}$ pour que

$$f : A \to \mathbb{R} : x \mapsto \frac{1}{x^2 - 1}$$

définisse une fonction ?

Réponse

N'importe quel A ne contenant ni 1 ni -1 convient. Généralement, nous prenons « le plus grand possible », c'est-à-dire $A = \mathbb{R} \setminus \{-1,1\}$.

Remarque

La règle qui donne $f(x)$ sera souvent une simple formule contenant la variable x (également appelée *expression algébrique*). Mais parfois la recette est plus complexe, et parfois il n'y a aucune formule.

Exercice

Comment choisir le domaine $A \subset \mathbb{R}$ pour que

$$f : A \to \mathbb{R} : x \mapsto \frac{1}{x^2 - 1}$$

définisse une fonction ?

Réponse

N'importe quel A ne contenant ni 1 ni -1 convient. Généralement, nous prenons « le plus grand possible », c'est-à-dire $A = \mathbb{R} \setminus \{-1,1\}$.

Remarque

La règle qui donne $f(x)$ sera souvent une simple formule contenant la variable x (également appelée *expression algébrique*). Mais parfois la recette est plus complexe, et parfois il n'y a aucune formule.

Graphe de fonction

Définition

Le graphe d'une fonction $f : A \subset \mathbb{R} \to \mathbb{R}$

Graphe de fonction

Définition

Le graphe d'une fonction $f : A \subset \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ est l'ensemble des points du plan de la forme $(x,f(x))$.

Graphe de fonction

Définition

Le graphe d'une fonction $f : A \subset \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ est l'ensemble des points du plan de la forme $(x,f(x))$.

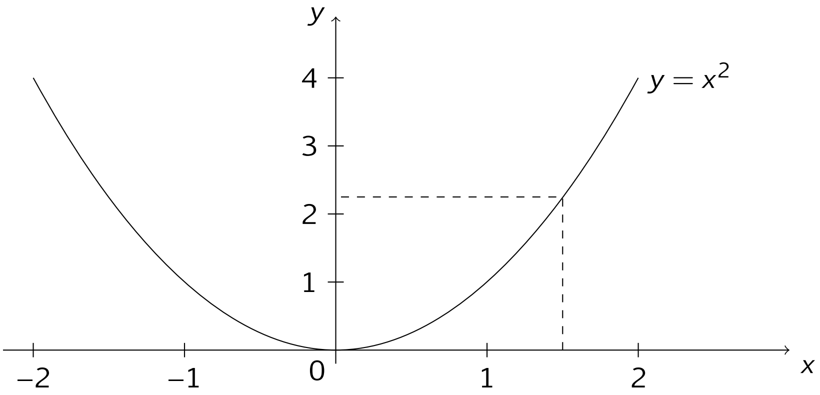
Par définition, il s'agit donc des solutions de l'équation $y = f(x)$.

Graphe de fonction

Définition

Le graphe d'une fonction $f : A \subset \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ est l'ensemble des points du plan de la forme $(x,f(x))$.

Par définition, il s'agit donc des solutions de l'équation $y = f(x)$.



Définition

Une fonction $f : A \to B$, avec $A \subset \mathbb{R}$ et $B \subset \mathbb{R}$ est :

Définition

Une fonction $f : A \to B$, avec $A \subset \mathbb{R}$ et $B \subset \mathbb{R}$ est :

- *paire*

Définition

Une fonction $f : A \to B$, avec $A \subset \mathbb{R}$ et $B \subset \mathbb{R}$ est :

- *paire* si et seulement si pour tout x de A,

Définition

Une fonction $f : A \to B$, avec $A \subset \mathbb{R}$ et $B \subset \mathbb{R}$ est :

- *paire* si et seulement si pour tout x de A, on a $-x \in A$ et $f(x) = f(-x)$.

Définition

Une fonction $f \colon A \to B$, avec $A \subset \mathbb{R}$ et $B \subset \mathbb{R}$ est :

- *paire* si et seulement si pour tout x de A, on a $-x \in A$ et $f(x) = f(-x)$.
- *impaire*

Définition

Une fonction $f: A \to B$, avec $A \subset \mathbb{R}$ et $B \subset \mathbb{R}$ est :

- *paire* si et seulement si pour tout x de A, on a $-x \in A$ et $f(x) = f(-x)$.
- *impaire* si et seulement si pour tout x de A,

Définition

Une fonction $f : A \to B$, avec $A \subset \mathbb{R}$ et $B \subset \mathbb{R}$ est :

- *paire* si et seulement si pour tout x de A, on a $-x \in A$ et $f(x) = f(-x)$.
- *impaire* si et seulement si pour tout x de A, on a $-x \in A$ et $f(-x) = -f(x)$.

Définition

Une fonction $f\colon A \to B$, avec $A \subset \mathbb{R}$ et $B \subset \mathbb{R}$ est :

- *paire* si et seulement si pour tout x de A, on a $-x \in A$ et $f(x) = f(-x)$.
- *impaire* si et seulement si pour tout x de A, on a $-x \in A$ et $f(-x) = -f(x)$.

Attention, la définition de paire et impaire demande que le domaine A soit symétrique par rapport à 0.

Définition

Une fonction $f : A \to B$, avec $A \subset \mathbb{R}$ et $B \subset \mathbb{R}$ est :

- *paire* si et seulement si pour tout x de A, on a $-x \in A$ et $f(x) = f(-x)$.
- *impaire* si et seulement si pour tout x de A, on a $-x \in A$ et $f(-x) = -f(x)$.

Attention, la définition de paire et impaire demande que le domaine A soit symétrique par rapport à 0. (c'est ce que signifie $-x \in A$).

Définition

Une fonction $f: A \to B$, avec $A \subset \mathbb{R}$ et $B \subset \mathbb{R}$ est :

- *paire* si et seulement si pour tout x de A, on a $-x \in A$ et $f(x) = f(-x)$.
- *impaire* si et seulement si pour tout x de A, on a $-x \in A$ et $f(-x) = -f(x)$.

Attention, la définition de paire et impaire demande que le domaine A soit symétrique par rapport à 0. (c'est ce que signifie $-x \in A$).

Remarque

Une fonction est paire $\iff$ son graphe est symétrique par rapport à l'axe des ordonnées.

Définition

Une fonction $f : A \to B$, avec $A \subset \mathbb{R}$ et $B \subset \mathbb{R}$ est :

- *paire* si et seulement si pour tout x de A, on a $-x \in A$ et $f(x) = f(-x)$.
- *impaire* si et seulement si pour tout x de A, on a $-x \in A$ et $f(-x) = -f(x)$.

Attention, la définition de paire et impaire demande que le domaine A soit symétrique par rapport à 0. (c'est ce que signifie $-x \in A$).

Remarque

Une fonction est paire $\iff$ son graphe est symétrique par rapport à l'axe des ordonnées.
Une fonction est impaire $\iff$ son graphe est symétrique par rapport à l'origine (0,0).

Exemples

- La fonction f définie par $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, x \mapsto x^2 + 1$ est

Exemples

- La fonction f définie par $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, x \mapsto x^2 + 1$ est paire.

Exemples

- La fonction f définie par $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, x \mapsto x^2 + 1$ est paire.

Démonstration.

En effet: $f(-x) = (-x)^2 + 1$

Exemples

- La fonction f définie par $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, x \mapsto x^2 + 1$ est paire.

Démonstration.

En effet: $f(-x) = (-x)^2 + 1 = x^2 + 1$

Exemples

- La fonction f définie par $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, x \mapsto x^2 + 1$ est paire.

Démonstration.

En effet: $f(-x) = (-x)^2 + 1 = x^2 + 1 = f(x)$. $\square$

Exemples

- La fonction f définie par $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, x \mapsto x^2 + 1$ est paire.

Démonstration.

En effet: $f(-x) = (-x)^2 + 1 = x^2 + 1 = f(x)$. $\square$

- La fonction définie par $f : \mathbb{R}\backslash\{0\} \to \mathbb{R}, x \mapsto \frac{1}{x}$ est

Exemples

- La fonction f définie par $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, x \mapsto x^2 + 1$ est paire.

Démonstration.

En effet: $f(-x) = (-x)^2 + 1 = x^2 + 1 = f(x)$. □

- La fonction définie par $f : \mathbb{R} \backslash \{0\} \to \mathbb{R}, x \mapsto \frac{1}{x}$ est impaire.

Exemples

- La fonction f définie par $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, x \mapsto x^2 + 1$ est paire.

Démonstration.

En effet: $f(-x) = (-x)^2 + 1 = x^2 + 1 = f(x)$. $\square$

- La fonction définie par $f : \mathbb{R}\backslash\{0\} \to \mathbb{R}, x \mapsto \frac{1}{x}$ est impaire.

Démonstration.

En effet: $f(-x) = \frac{1}{-x}$

Exemples

- La fonction f définie par $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, x \mapsto x^2 + 1$ est paire.

Démonstration.

En effet: $f(-x) = (-x)^2 + 1 = x^2 + 1 = f(x)$. $\square$

- La fonction définie par $f : \mathbb{R} \backslash \{0\} \to \mathbb{R}, x \mapsto \frac{1}{x}$ est impaire.

Démonstration.

En effet: $f(-x) = \frac{1}{-x} = -\frac{1}{x}$

Exemples

- La fonction f définie par $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, x \mapsto x^2 + 1$ est paire.

Démonstration.

En effet: $f(-x) = (-x)^2 + 1 = x^2 + 1 = f(x)$. □

- La fonction définie par $f : \mathbb{R}\backslash\{0\} \to \mathbb{R}, x \mapsto \frac{1}{x}$ est impaire.

Démonstration.

En effet: $f(-x) = \frac{1}{-x} = -\frac{1}{x} = -f(x)$.

Exemples

- La fonction f définie par $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, x \mapsto x^2 + 1$ est paire.

Démonstration.

En effet: $f(-x) = (-x)^2 + 1 = x^2 + 1 = f(x)$. □

- La fonction définie par $f : \mathbb{R} \backslash \{0\} \to \mathbb{R}, x \mapsto \frac{1}{x}$ est impaire.

Démonstration.

En effet: $f(-x) = \frac{1}{-x} = -\frac{1}{x} = -f(x)$. □

- La fonction définie par $f : [-2, +\infty[\backslash\{0\} \to \mathbb{R}, x \mapsto \frac{1}{x}$ est

Exemples

- La fonction f définie par $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, x \mapsto x^2 + 1$ est paire.

Démonstration.

En effet: $f(-x) = (-x)^2 + 1 = x^2 + 1 = f(x)$. □

- La fonction définie par $f : \mathbb{R}\backslash\{0\} \to \mathbb{R}, x \mapsto \frac{1}{x}$ est impaire.

Démonstration.

En effet: $f(-x) = \frac{1}{-x} = -\frac{1}{x} = -f(x)$. □

- La fonction définie par $f : [-2, +\infty[\backslash\{0\} \to \mathbb{R}, x \mapsto \frac{1}{x}$ est rien du tout!

Exemples

- La fonction f définie par $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, x \mapsto x^2 + 1$ est paire.

Démonstration.

En effet: $f(-x) = (-x)^2 + 1 = x^2 + 1 = f(x)$. $\square$

- La fonction définie par $f : \mathbb{R}\backslash\{0\} \to \mathbb{R}, x \mapsto \frac{1}{x}$ est impaire.

Démonstration.

En effet: $f(-x) = \frac{1}{-x} = -\frac{1}{x} = -f(x)$. $\square$

- La fonction définie par $f : [-2, +\infty[\backslash\{0\} \to \mathbb{R}, x \mapsto \frac{1}{x}$ est rien du tout! Car $[-2,\infty[$ n'est pas symétrique par rapport à 0.

Exemples

- La fonction f définie par $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, x \mapsto x^2 + 1$ est paire.

Démonstration.

En effet: $f(-x) = (-x)^2 + 1 = x^2 + 1 = f(x)$. □

- La fonction définie par $f : \mathbb{R}\backslash\{0\} \to \mathbb{R}, x \mapsto \frac{1}{x}$ est impaire.

Démonstration.

En effet: $f(-x) = \frac{1}{-x} = -\frac{1}{x} = -f(x)$. □

- La fonction définie par $f : [-2, +\infty[\backslash\{0\} \to \mathbb{R}, x \mapsto \frac{1}{x}$ est rien du tout! Car $[-2,\infty[$ n'est pas symétrique par rapport à 0.
- La fonction définie par $f : \mathbb{R}\backslash\{0\} \to \mathbb{R}, x \mapsto \frac{1}{x^2+1} - 3x$ est

Exemples

- La fonction f définie par $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, x \mapsto x^2 + 1$ est paire.

Démonstration.

En effet: $f(-x) = (-x)^2 + 1 = x^2 + 1 = f(x)$. $\square$

- La fonction définie par $f : \mathbb{R}\backslash\{0\} \to \mathbb{R}, x \mapsto \frac{1}{x}$ est impaire.

Démonstration.

En effet: $f(-x) = \frac{1}{-x} = -\frac{1}{x} = -f(x)$. $\square$

- La fonction définie par $f : [-2, +\infty[\backslash\{0\} \to \mathbb{R}, x \mapsto \frac{1}{x}$ est rien du tout! Car $[-2,\infty[$ n'est pas symétrique par rapport à 0.
- La fonction définie par $f : \mathbb{R}\backslash\{0\} \to \mathbb{R}, x \mapsto \frac{1}{x^2+1} - 3x$ est rien du tout!.

Exemples

- La fonction f définie par $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, x \mapsto x^2 + 1$ est paire.

Démonstration.

En effet: $f(-x) = (-x)^2 + 1 = x^2 + 1 = f(x)$. □

- La fonction définie par $f : \mathbb{R}\backslash\{0\} \to \mathbb{R}, x \mapsto \frac{1}{x}$ est impaire.

Démonstration.

En effet: $f(-x) = \frac{1}{-x} = -\frac{1}{x} = -f(x)$. □

- La fonction définie par $f : [-2, +\infty[\backslash\{0\} \to \mathbb{R}, x \mapsto \frac{1}{x}$ est rien du tout! Car $[-2,\infty[$ n'est pas symétrique par rapport à 0.
- La fonction définie par $f : \mathbb{R}\backslash\{0\} \to \mathbb{R}, x \mapsto \frac{1}{x^2+1} - 3x$ est rien du tout!.

La plupart des fonctions ne sont ni paires ni impaires!

Propriétés des fonctions

Soit $f : A \to B$ une fonction.

Propriétés des fonctions

Soit $f : A \longrightarrow B$ une fonction.

- f est dite *surjective* si

Propriétés des fonctions

Soit $f : A \to B$ une fonction.

- f est dite *surjective* si tout élément de B est l'image d'au moins un élément de A ;

Propriétés des fonctions

Soit $f : A \longrightarrow B$ une fonction.

- f est dite *surjective* si tout élément de B est l'image d'au moins un élément de A ;
- f est dite *injective* si

Propriétés des fonctions

Soit $f : A \to B$ une fonction.

- f est dite *surjective* si tout élément de B est l'image d'au moins un élément de A ;
- f est dite *injective* si deux éléments distincts de A ont des images distinctes ;

Propriétés des fonctions

Soit $f : A \to B$ une fonction.

- f est dite *surjective* si tout élément de B est l'image d'au moins un élément de A ;
- f est dite *injective* si deux éléments distincts de A ont des images distinctes ;
- f est dite *bijective* si

Propriétés des fonctions

Soit $f : A \to B$ une fonction.

- f est dite *surjective* si tout élément de B est l'image d'au moins un élément de A ;
- f est dite *injective* si deux éléments distincts de A ont des images distinctes ;
- f est dite *bijective* si f est à la fois injective et surjective.

Propriétés des fonctions

Soit $f : A \to B$ une fonction.

- f est dite *surjective* si tout élément de B est l'image d'au moins un élément de A ;
- f est dite *injective* si deux éléments distincts de A ont des images distinctes ;
- f est dite *bijective* si f est à la fois injective et surjective.

Remarque

Une fonction est injective si et seulement si

Propriétés des fonctions

Soit $f : A \to B$ une fonction.

- f est dite *surjective* si tout élément de B est l'image d'au moins un élément de A ;
- f est dite *injective* si deux éléments distincts de A ont des images distinctes ;
- f est dite *bijective* si f est à la fois injective et surjective.

Remarque

Une fonction est injective si et seulement si toute droite horizontale coupe son graphe en *maximum* un point !

Exemples

- La fonction f définie par $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, x \mapsto x^2$

Exemples

- La fonction f définie par $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, x \mapsto x^2$ n'est pas surjective.

Exemples

- La fonction f définie par $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, x \mapsto x^2$ n'est pas surjective.
  Car les réels négatifs ne sont jamais de la forme x^2.

Exemples

- La fonction f définie par $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, x \mapsto x^2$ n'est pas surjective. Car les réels négatifs ne sont jamais de la forme x^2.
- En revanche, la fonction $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}^+, x \mapsto x^2$

Exemples

- La fonction f définie par $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, x \mapsto x^2$ n'est pas surjective. Car les réels négatifs ne sont jamais de la forme x^2.
- En revanche, la fonction $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}^+, x \mapsto x^2$ est surjective.

Exemples

- La fonction f définie par $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, x \mapsto x^2$ n'est pas surjective. Car les réels négatifs ne sont jamais de la forme x^2.
- En revanche, la fonction $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}^+, x \mapsto x^2$ est surjective. Car tout nombre positif admet une racine carrée!

Exemples

- La fonction f définie par $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, x \mapsto x^2$ n'est pas surjective. Car les réels négatifs ne sont jamais de la forme x^2.
- En revanche, la fonction $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^+, x \mapsto x^2$ est surjective. Car tout nombre positif admet une racine carrée!
- La fonction définie par $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^+, x \mapsto x^2$

Exemples

- La fonction f définie par $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, x \mapsto x^2$ n'est pas surjective. Car les réels négatifs ne sont jamais de la forme x^2.
- En revanche, la fonction $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}^+, x \mapsto x^2$ est surjective. Car tout nombre positif admet une racine carrée!
- La fonction définie par $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}^+, x \mapsto x^2$ n'est pas injective.

Exemples

- La fonction f définie par $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, x \mapsto x^2$ n'est pas surjective. Car les réels négatifs ne sont jamais de la forme x^2.
- En revanche, la fonction $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}^+, x \mapsto x^2$ est surjective. Car tout nombre positif admet une racine carrée!
- La fonction définie par $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}^+, x \mapsto x^2$ n'est pas injective. Car 1 et -1 (plus géneralement x et $-x$) ont la même image.

Exemples

- La fonction f définie par $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, x \mapsto x^2$ n'est pas surjective. Car les réels négatifs ne sont jamais de la forme x^2.
- En revanche, la fonction $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}^+, x \mapsto x^2$ est surjective. Car tout nombre positif admet une racine carrée!
- La fonction définie par $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}^+, x \mapsto x^2$ n'est pas injective. Car 1 et -1 (plus géneralement x et $-x$) ont la même image.
- La fonction $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, x \mapsto 3x$ est

Exemples

- La fonction f définie par $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, x \mapsto x^2$ n'est pas surjective. Car les réels négatifs ne sont jamais de la forme x^2.
- En revanche, la fonction $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}^+, x \mapsto x^2$ est surjective. Car tout nombre positif admet une racine carrée!
- La fonction définie par $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}^+, x \mapsto x^2$ n'est pas injective. Car 1 et -1 (plus géneralement x et $-x$) ont la même image.
- La fonction $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, x \mapsto 3x$ est injective et surjective.

Exemples

- La fonction f définie par $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, x \mapsto x^2$ n'est pas surjective. Car les réels négatifs ne sont jamais de la forme x^2.
- En revanche, la fonction $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}^+, x \mapsto x^2$ est surjective. Car tout nombre positif admet une racine carrée!
- La fonction définie par $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}^+, x \mapsto x^2$ n'est pas injective. Car 1 et -1 (plus géneralement x et $-x$) ont la même image.
- La fonction $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, x \mapsto 3x$ est injective et surjective. Elle est donc bijective.

Exemples

- La fonction f définie par $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, x \mapsto x^2$ n'est pas surjective. Car les réels négatifs ne sont jamais de la forme x^2.
- En revanche, la fonction $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}^+, x \mapsto x^2$ est surjective. Car tout nombre positif admet une racine carrée!
- La fonction définie par $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}^+, x \mapsto x^2$ n'est pas injective. Car 1 et -1 (plus géneralement x et $-x$) ont la même image.
- La fonction $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, x \mapsto 3x$ est injective et surjective. Elle est donc bijective.
- La fonction f définie par $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, x \mapsto x^2$

Exemples

- La fonction f définie par $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, x \mapsto x^2$ n'est pas surjective. Car les réels négatifs ne sont jamais de la forme x^2.
- En revanche, la fonction $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}^+, x \mapsto x^2$ est surjective. Car tout nombre positif admet une racine carrée!
- La fonction définie par $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}^+, x \mapsto x^2$ n'est pas injective. Car 1 et -1 (plus géneralement x et $-x$) ont la même image.
- La fonction $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, x \mapsto 3x$ est injective et surjective. Elle est donc bijective.
- La fonction f définie par $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, x \mapsto x^2$ n'est donc ni surjective ni injective.

Exemples

- La fonction f définie par $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, x \mapsto x^2$ n'est pas surjective. Car les réels négatifs ne sont jamais de la forme x^2.
- En revanche, la fonction $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}^+, x \mapsto x^2$ est surjective. Car tout nombre positif admet une racine carrée!
- La fonction définie par $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}^+, x \mapsto x^2$ n'est pas injective. Car 1 et -1 (plus géneralement x et $-x$) ont la même image.
- La fonction $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, x \mapsto 3x$ est injective et surjective. Elle est donc bijective.
- La fonction f définie par $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, x \mapsto x^2$ n'est donc ni surjective ni injective.

  Ici encore: les fonctions que vous rencontrerez ne seront pas forcément surjectives, injectives ou bijectives!

Ensemble image

Soit $f : A \to B$ une fonction.

Ensemble image

Soit $f : A \to B$ une fonction. L'ensemble image de f, noté $\operatorname{Im} f$ ou $f(A)$, est l'ensemble des valeurs prises par la fonction.

Ensemble image

Soit $f : A \to B$ une fonction. L'ensemble image de f, noté $\operatorname{Im} f$ ou $f(A)$, est l'ensemble des valeurs prises par la fonction. C'est

$$\operatorname{Im} f = \{f(x) \text{ t.q. } x \in A\}.$$

Ensemble image

Soit $f : A \to B$ une fonction. L'ensemble image de f, noté $\operatorname{Im} f$ ou $f(A)$, est l'ensemble des valeurs prises par la fonction. C'est

$$\operatorname{Im} f = \{f(x) \text{ t.q. } x \in A\}.$$

L'ensemble image de la fonction...

Ensemble image

Soit $f : A \to B$ une fonction. L'ensemble image de f, noté $\operatorname{Im} f$ ou $f(A)$, est l'ensemble des valeurs prises par la fonction. C'est

$$\operatorname{Im} f = \{f(x) \text{ t.q. } x \in A\}.$$

L'ensemble image de la fonction...

- $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R} : x \mapsto x^2$ est

Ensemble image

Soit $f : A \to B$ une fonction. L'ensemble image de f, noté $\operatorname{Im} f$ ou $f(A)$, est l'ensemble des valeurs prises par la fonction. C'est

$$\operatorname{Im} f = \{f(x) \text{ t.q. } x \in A\}.$$

L'ensemble image de la fonction…

- $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R} : x \mapsto x^2$ est $\mathbb{R}^+$

Ensemble image

Soit $f : A \to B$ une fonction. L'ensemble image de f, noté $\operatorname{Im} f$ ou $f(A)$, est l'ensemble des valeurs prises par la fonction. C'est

$$\operatorname{Im} f = \{f(x) \text{ t.q. } x \in A\}.$$

L'ensemble image de la fonction...

- $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R} : x \mapsto x^2$ est $\mathbb{R}^+$
- $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R} : x \mapsto x^3$ est

Ensemble image

Soit $f : A \to B$ une fonction. L'ensemble image de f, noté $\operatorname{Im} f$ ou $f(A)$, est l'ensemble des valeurs prises par la fonction. C'est

$$\operatorname{Im} f = \{f(x) \text{ t.q. } x \in A\}.$$

L'ensemble image de la fonction…

- $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R} : x \mapsto x^2$ est $\mathbb{R}^+$
- $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R} : x \mapsto x^3$ est $\mathbb{R}$

Ensemble image

Soit $f : A \to B$ une fonction. L'ensemble image de f, noté $\operatorname{Im} f$ ou $f(A)$, est l'ensemble des valeurs prises par la fonction. C'est

$$\operatorname{Im} f = \{f(x) \text{ t.q. } x \in A\}.$$

L'ensemble image de la fonction...

- $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R} : x \mapsto x^2$ est $\mathbb{R}^+$
- $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R} : x \mapsto x^3$ est $\mathbb{R}$
- $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R} : x \mapsto x^2 + 1$ est

Ensemble image

Soit $f : A \to B$ une fonction. L'ensemble image de f, noté $\operatorname{Im} f$ ou $f(A)$, est l'ensemble des valeurs prises par la fonction. C'est

$$\operatorname{Im} f = \{f(x) \text{ t.q. } x \in A\}.$$

L'ensemble image de la fonction...

- $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R} : x \mapsto x^2$ est $\mathbb{R}^+$
- $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R} : x \mapsto x^3$ est $\mathbb{R}$
- $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R} : x \mapsto x^2 + 1$ est $[1, +\infty[$.

Ensemble image

Soit $f : A \to B$ une fonction. L'ensemble image de f, noté $\operatorname{Im} f$ ou $f(A)$, est l'ensemble des valeurs prises par la fonction. C'est

$$\operatorname{Im} f = \{f(x) \text{ t.q. } x \in A\}.$$

L'ensemble image de la fonction...

- $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R} : x \mapsto x^2$ est $\mathbb{R}^+$
- $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R} : x \mapsto x^3$ est $\mathbb{R}$
- $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R} : x \mapsto x^2 + 1$ est $[1, +\infty[$.
- $f : \mathbb{R}\backslash\{0\} \to \mathbb{R} : x \mapsto \frac{1}{x^2}$ est

Ensemble image

Soit $f : A \to B$ une fonction. L'ensemble image de f, noté $\operatorname{Im} f$ ou $f(A)$, est l'ensemble des valeurs prises par la fonction. C'est

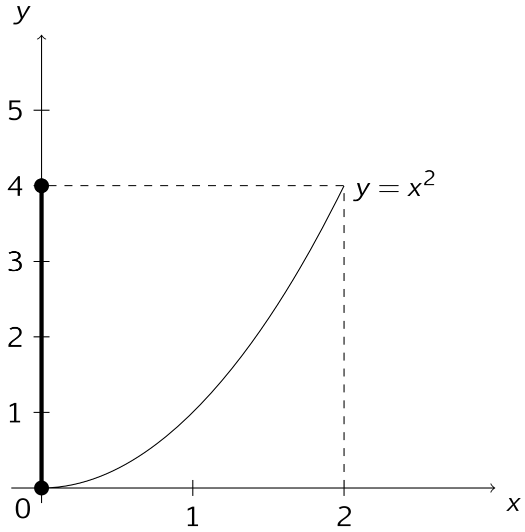
$$\operatorname{Im} f = \{f(x) \text{ t.q. } x \in A\}.$$

L'ensemble image de la fonction...

- $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R} : x \mapsto x^2$ est $\mathbb{R}^+$
- $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R} : x \mapsto x^3$ est $\mathbb{R}$
- $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R} : x \mapsto x^2 + 1$ est $[1, +\infty[$.
- $f : \mathbb{R}\backslash\{0\} \to \mathbb{R} : x \mapsto \frac{1}{x^2}$ est $]0, +\infty[$.

Le graphe de $[0,2] \to \mathbb{R} : x \mapsto x^2$ et son ensemble image

Le graphe de $[0,2] \to \mathbb{R} : x \mapsto x^2$ et son ensemble image



Injectivité, surjectivité et graphe

Remarque

- On peut « voir » les antécédents d'un nombre y sur le graphe de f en traçant une droite horizontale à hauteur y

Injectivité, surjectivité et graphe

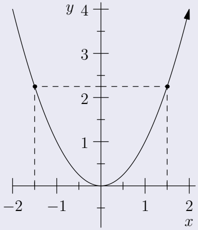
Remarque

- On peut « voir » les antécédents d'un nombre y sur le graphe de f en traçant une droite horizontale à hauteur y : les antécédents sont les abcisses des points d'intersection.

Injectivité, surjectivité et graphe

Remarque

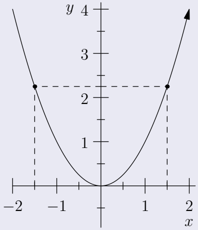
- On peut « voir » les antécédents d'un nombre y sur le graphe de f en traçant une droite horizontale à hauteur y : les antécédents sont les abcisses des points d'intersection.



Injectivité, surjectivité et graphe

Remarque

- On peut « voir » les antécédents d'un nombre y sur le graphe de f en traçant une droite horizontale à hauteur y : les antécédents sont les abcisses des points d'intersection.

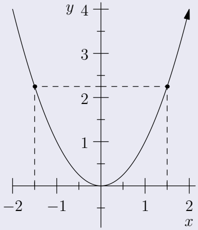


- Une fonction est injective si et seulement si

Injectivité, surjectivité et graphe

Remarque

- On peut « voir » les antécédents d'un nombre y sur le graphe de f en traçant une droite horizontale à hauteur y : les antécédents sont les abcisses des points d'intersection.

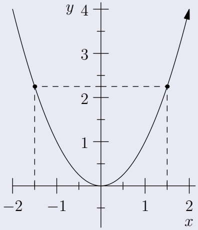


- Une fonction est injective si et seulement si tout élément dans son ensemble d'arrivée admet au maximum un antécédent.

Injectivité, surjectivité et graphe

Remarque

- On peut « voir » les antécédents d'un nombre y sur le graphe de f en traçant une droite horizontale à hauteur y : les antécédents sont les abcisses des points d'intersection.

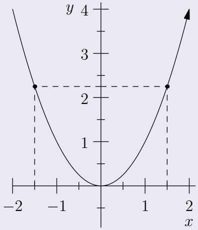


- Une fonction est injective si et seulement si tout élément dans son ensemble d'arrivée admet au maximum un antécédent.
- Une fonction est surjective si et seulement si

Injectivité, surjectivité et graphe

Remarque

- On peut « voir » les antécédents d'un nombre y sur le graphe de f en traçant une droite horizontale à hauteur y : les antécédents sont les abcisses des points d'intersection.



- Une fonction est injective si et seulement si tout élément dans son ensemble d'arrivée admet au maximum un antécédent.
- Une fonction est surjective si et seulement si tout élément dans son ensemble d'arrivée admet au moins un antécédent.

Contenu de la section

Fonctions polynomiales

Définition

Les *fonctions polynômiales*

Fonctions polynomiales

Définition

Les *fonctions polynômiales* sont des fonctions de la forme

$$x \mapsto a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + \cdots + a_n x^n$$

Fonctions polynomiales

Définition

Les *fonctions polynômiales* sont des fonctions de la forme

$$x \mapsto a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + \cdots + a_n x^n$$

où $a_0, \ldots, a_n$ sont des constantes réelles

Fonctions polynomiales

Définition

Les *fonctions polynômiales* sont des fonctions de la forme

$$x \mapsto a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + \cdots + a_n x^n$$

où $a_0, \ldots, a_n$ sont des constantes réelles, et n est un entier.

Fonctions polynomiales

Définition

Les *fonctions polynômiales* sont des fonctions de la forme

$$x \mapsto a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + \cdots + a_n x^n$$

où $a_0, \ldots, a_n$ sont des constantes réelles, et n est un entier.
L'entier n est le *degré* de la fonction (si $a_n \neq 0$).

Fonctions racines

Exemple

Les fonctions *racine carrée* et *racine cubique* sont :

$$\mathbb{R}^+ \to \mathbb{R}^+ : x \mapsto \sqrt{x} \quad \text{et} \quad \mathbb{R} \to \mathbb{R} : x \mapsto \sqrt[3]{x}$$

Fonctions racines

Exemple

Les fonctions *racine carrée* et *racine cubique* sont :

$$\mathbb{R}^+ \to \mathbb{R}^+ : x \mapsto \sqrt{x} \quad \text{et} \quad \mathbb{R} \to \mathbb{R} : x \mapsto \sqrt[3]{x}$$

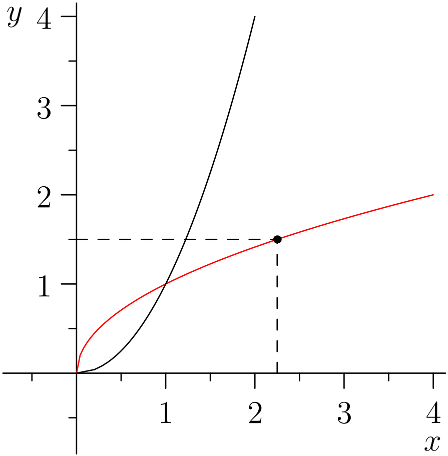
Définition

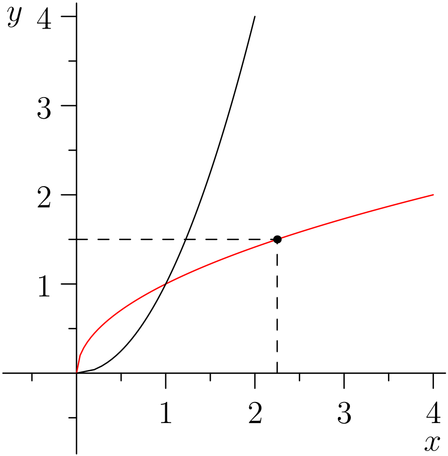
Plus généralement, pour n naturel pair, nous avons une fonction racine n^{e} :

$$\mathbb{R}^+ \to \mathbb{R}^+ : x \mapsto \sqrt[n]{x}$$

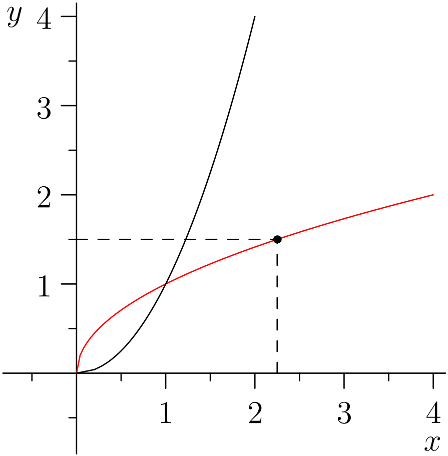
et pour n naturel impair, similairement avec un autre domaine :

$$\mathbb{R} \to \mathbb{R} : x \mapsto \sqrt[n]{x}.$$

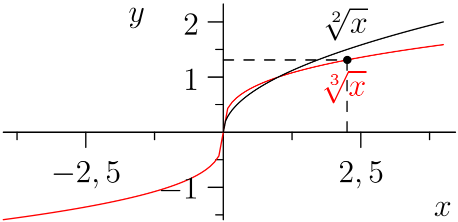

y
4
3
2
1
1
2
3
4
x



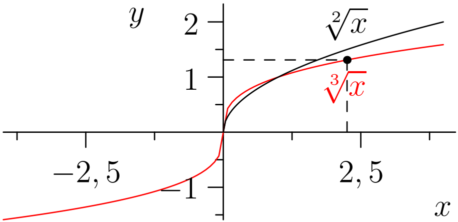
La fonction racine carrée est en rouge.



La fonction racine carrée est en rouge. En noir, c'est la fonction $x \mapsto x^2$.



La fonction racine carrée est en noir.



La fonction racine carrée est en noir. En rouge c'est la fonction racine cubique.

Les fonctions racines n-èmes avec n impair sont définies sur $\mathbb{R}$ tout entier, alors que pour n pair elles sont seulement définies sur $\mathbb{R}^+$.

Les fonctions racines n-èmes avec n impair sont définies sur $\mathbb{R}$ tout entier, alors que pour n pair elles sont seulement définies sur $\mathbb{R}^+$.

Exemple

La raison est que si $x < 0$, alors x^3 est encore négatif.

Les fonctions racines n-èmes avec n impair sont définies sur $\mathbb{R}$ tout entier, alors que pour n pair elles sont seulement définies sur $\mathbb{R}^+$.

Exemple

La raison est que si $x < 0$, alors x^3 est encore négatif. On peut donc tout à fait prendre la racine cubique (ou cinquième, etc...) d'un nombre négatif, qui sera...

Les fonctions racines n-èmes avec n impair sont définies sur $\mathbb{R}$ tout entier, alors que pour n pair elles sont seulement définies sur $\mathbb{R}^+$.

Exemple

La raison est que si $x < 0$, alors x^3 est encore négatif. On peut donc tout à fait prendre la racine cubique (ou cinquième, etc...) d'un nombre négatif, qui sera... négative.

Croissance et décroissance

Définition

Soit f une fonction réelle et $A \subset \operatorname{dom} f$.

Croissance et décroissance

Définition

Soit f une fonction réelle et $A \subset \operatorname{dom} f$. Cette fonction est

Croissance et décroissance

Définition

Soit f une fonction réelle et $A \subset \operatorname{dom} f$. Cette fonction est

- *croissante* sur A si

Croissance et décroissance

Définition

Soit f une fonction réelle et $A \subset \mathrm{dom}\, f$. Cette fonction est

- *croissante* sur A si

Croissance et décroissance

Définition

Soit f une fonction réelle et $A \subset \operatorname{dom} f$. Cette fonction est

- *croissante* sur A si pour tout x,y dans A : $x \leq y \Rightarrow f(x) \leq f(y)$;

Croissance et décroissance

Définition

Soit f une fonction réelle et $A \subset \operatorname{dom} f$. Cette fonction est

- *croissante* sur A si pour tout x,y dans A : $x \leq y \Rightarrow f(x) \leq f(y)$;
- *décroissante* sur A si

Croissance et décroissance

Définition

Soit f une fonction réelle et $A \subset \operatorname{dom} f$. Cette fonction est

- *croissante sur A* si pour tout x,y dans A : $x \leq y \Rightarrow f(x) \leq f(y)$;
- *décroissante sur A* si

Croissance et décroissance

Définition

Soit f une fonction réelle et $A \subset \operatorname{dom} f$. Cette fonction est

- *croissante sur A* si pour tout x,y dans A : $x \leq y \Rightarrow f(x) \leq f(y)$;
- *décroissante sur A* si pour tout x,y dans A : $x \leq y \Rightarrow f(x) \geq f(y)$;

Croissance et décroissance

Définition

Soit f une fonction réelle et $A \subset \operatorname{dom} f$. Cette fonction est

- *croissante* sur A si pour tout x,y dans A : $x \leq y \Rightarrow f(x) \leq f(y)$;
- *décroissante* sur A si pour tout x,y dans A : $x \leq y \Rightarrow f(x) \geq f(y)$;
- *strictement croissante* sur A si

Croissance et décroissance

Définition

Soit f une fonction réelle et $A \subset \mathrm{dom}\, f$. Cette fonction est

- *croissante* sur A si pour tout x,y dans A : $x \leq y \Rightarrow f(x) \leq f(y)$;
- *décroissante* sur A si pour tout x,y dans A : $x \leq y \Rightarrow f(x) \geq f(y)$;
- *strictement croissante* sur A si

Croissance et décroissance

Définition

Soit f une fonction réelle et $A \subset \operatorname{dom} f$. Cette fonction est

- *croissante* sur A si pour tout x,y dans A : $x \leq y \Rightarrow f(x) \leq f(y)$;
- *décroissante* sur A si pour tout x,y dans A : $x \leq y \Rightarrow f(x) \geq f(y)$;
- *strictement croissante* sur A si pour tout x,y dans A : $x < y \Rightarrow f(x) < f(y)$;

Croissance et décroissance

Définition

Soit f une fonction réelle et $A \subset \operatorname{dom} f$. Cette fonction est

- *croissante sur A* si pour tout x,y dans A : $x \leq y \Rightarrow f(x) \leq f(y)$;
- *décroissante sur A* si pour tout x,y dans A : $x \leq y \Rightarrow f(x) \geq f(y)$;
- *strictement croissante sur A* si pour tout x,y dans A : $x < y \Rightarrow f(x) < f(y)$;
- *strictement décroissante* sur A si

Croissance et décroissance

Définition

Soit f une fonction réelle et $A \subset \operatorname{dom} f$. Cette fonction est

- *croissante* sur A si pour tout x,y dans A : $x \leq y \Rightarrow f(x) \leq f(y)$;
- *décroissante* sur A si pour tout x,y dans A : $x \leq y \Rightarrow f(x) \geq f(y)$;
- *strictement croissante* sur A si pour tout x,y dans A : $x < y \Rightarrow f(x) < f(y)$;
- *strictement décroissante* sur A si

Croissance et décroissance

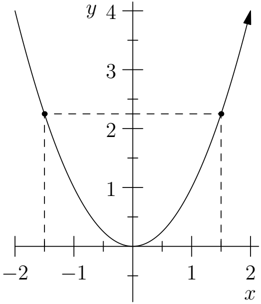
Définition

Soit f une fonction réelle et $A \subset \operatorname{dom} f$. Cette fonction est

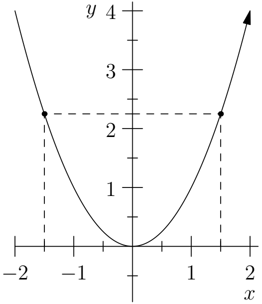
- *croissante sur A* si pour tout x,y dans A : $x \leq y \Rightarrow f(x) \leq f(y)$;
- *décroissante sur A* si pour tout x,y dans A : $x \leq y \Rightarrow f(x) \geq f(y)$;
- *strictement croissante sur A* si pour tout x,y dans A : $x < y \Rightarrow f(x) < f(y)$;
- *strictement décroissante* sur A si pour tout x,y dans A : $x < y \Rightarrow f(x) > f(y)$.

$x \mapsto x^2$ est décroissante sur $\mathbb{R}^-$ et croissante sur $\mathbb{R}^+$:

$x \mapsto x^2$ est décroissante sur $\mathbb{R}^-$ et croissante sur $\mathbb{R}^+$:

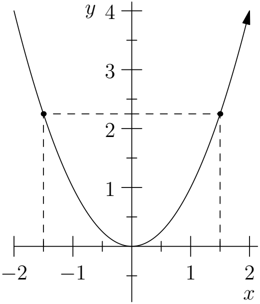


$x \mapsto x^2$ est décroissante sur $\mathbb{R}^-$ et croissante sur $\mathbb{R}^+$:



Sur $\mathbb{R}$, elle n'est ni croissante ni décroissante

$x \mapsto x^2$ est décroissante sur $\mathbb{R}^-$ et croissante sur $\mathbb{R}^+$:



Sur $\mathbb{R}$, elle n'est ni croissante ni décroissante ; on dit qu'elle n'est pas monotone.

Contenu de la section

Exponentielles

Définition

Les fonction exponentielles sont les fonctions du type

Exponentielles

Définition

Les fonction exponentielles sont les fonctions du type

$$f : \mathbb{R} \to \mathbb{R} : x \mapsto a^x$$

Exponentielles

Définition

Les fonction exponentielles sont les fonctions du type

$$f : \mathbb{R} \to \mathbb{R} : x \mapsto a^x$$

pour un certain réel positif $a > 0$, appelé la *base* de l'exponentielle.

Exponentielles

Définition

Les fonction exponentielles sont les fonctions du type

$$f : \mathbb{R} \to \mathbb{R} : x \mapsto a^x$$

pour un certain réel positif $a > 0$, appelé la *base* de l'exponentielle.

Définition

La fonction exponentielle

Exponentielles

Définition

Les fonction exponentielles sont les fonctions du type

$$f : \mathbb{R} \to \mathbb{R} : x \mapsto a^x$$

pour un certain réel positif $a > 0$, appelé la *base* de l'exponentielle.

Définition

La fonction exponentielle, c'est la fonction exponentielle dont la base est $a = \mathrm{e}$, où $\mathrm{e} \simeq 2.7182818\ldots$ est une constante appelée… « le nombre e. »

Exponentielles

Définition

Les fonction exponentielles sont les fonctions du type

$$f : \mathbb{R} \to \mathbb{R} : x \mapsto a^x$$

pour un certain réel positif $a > 0$, appelé la *base* de l'exponentielle.

Définition

La fonction exponentielle, c'est la fonction exponentielle dont la base est $a = \mathrm{e}$, où $\mathrm{e} \simeq 2.7182818\ldots$ est une constante appelée… « le nombre e. »

Remarque

- Domaine = $\mathbb{R}$ Image = $\mathbb{R}_0^+ =]0,\infty]$.

Exponentielles

Définition

Les fonction exponentielles sont les fonctions du type

$$f : \mathbb{R} \to \mathbb{R} : x \mapsto a^x$$

pour un certain réel positif $a > 0$, appelé la *base* de l'exponentielle.

Définition

La fonction exponentielle, c'est la fonction exponentielle dont la base est $a = \mathrm{e}$, où $\mathrm{e} \simeq 2.7182818\ldots$ est une constante appelée… « le nombre e. »

Remarque

- Domaine = $\mathbb{R}$ Image = $\mathbb{R}_0^+ =]0,\infty]$.
- Si $a > 1$, l'exponentielle est croissante !

Exponentielles

Définition

Les fonction exponentielles sont les fonctions du type

$$f : \mathbb{R} \to \mathbb{R} : x \mapsto a^x$$

pour un certain réel positif $a > 0$, appelé la *base* de l'exponentielle.

Définition

La fonction exponentielle, c'est la fonction exponentielle dont la base est $a = \mathrm{e}$, où $\mathrm{e} \simeq 2.7182818\ldots$ est une constante appelée… « le nombre e. »

Remarque

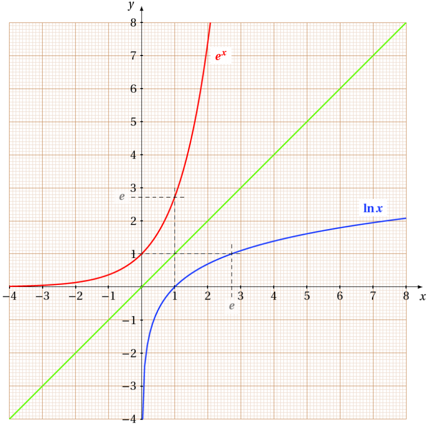
- Domaine $= \mathbb{R}$ Image $= \mathbb{R}_0^+ =]0,\infty[$.
- Si $a > 1$, l'exponentielle est croissante !
- Si $0 < a < 1$, l'exponentielle est décroissante !

Graphe

La ligne rouge est la ligne intéressante pour l'instant :

Graphe

La ligne rouge est la ligne intéressante pour l'instant :



Logarithme

Question

Quel est le nombre x tel que $100000000 = 10^x$?

Logarithme

Question

Quel est le nombre x tel que $100000000 = 10^x$?

Définition

Le logarithme de y en base a est le nombre x tel que $a^x = y$! On le note $\log_a(y)$.

Logarithme

Question

Quel est le nombre x tel que $100000000 = 10^x$?

Définition

Le logarithme de y en base a est le nombre x tel que $a^x = y$! On le note $\log_a(y)$.

$$\log_a(y) = x \iff a^x = y$$

Logarithme

Question

Quel est le nombre x tel que $100000000 = 10^x$?

Définition

Le logarithme de y en base a est le nombre x tel que $a^x = y$! On le note $\log_a(y)$.

$$\log_a(y) = x \iff a^x = y$$

Remarque

En d'autres termes, le logarithme de y en base a est l'antécédent de y pour la fonction $x \mapsto a^x$

Graphe

Revenons aux graphes :

Graphe

Revenons aux graphes :