Répartition des groupes de TP (à jour, cette fois-ci)

Répartition des groupes de TP (à jour, cette fois-ci)

Remarque

Les groupes de Math F112 ont été harmonisés avec vos groupes usuels, et tout a été mis à jour sur GeHol.

Répartition des groupes de TP (à jour, cette fois-ci)

Remarque

Les groupes de Math F112 ont été harmonisés avec vos groupes usuels, et tout a été mis à jour sur GeHol.

GEOL1 Un seul groupe - voir GeHol – **Hussein Cheikh-Ali**

Répartition des groupes de TP (à jour, cette fois-ci)

Remarque

Les groupes de Math F112 ont été harmonisés avec vos groupes usuels, et tout a été mis à jour sur GeHol.

GEOL1 Un seul groupe - voir GeHol – **Hussein Cheikh-Ali**

GEOG1 Un seul groupe - voir GeHol – **Christine Cutting**

Répartition des groupes de TP (à jour, cette fois-ci)

Remarque

Les groupes de Math F112 ont été harmonisés avec vos groupes usuels, et tout a été mis à jour sur GeHol.

GEOL1	Un seul groupe - voir GeHol – **Hussein Cheikh-Ali**
GEOG1	Un seul groupe - voir GeHol – **Christine Cutting**

Répartition des groupes de TP (à jour, cette fois-ci)

Remarque

Les groupes de Math F112 ont été harmonisés avec vos groupes usuels, et tout a été mis à jour sur GeHol.

GEOL1 Un seul groupe - voir GeHol – **Hussein Cheikh-Ali**

GEOG1 Un seul groupe - voir GeHol – **Christine Cutting**

BIOL1 et SCIE1 TROIS GROUPES:

- Groupe 1 – Groupe 2: Mardi 16h-18h (local P.2.N-0.5.06) et Jeudi 10h-12h (local S.K.3.401) – **Julien Rémy**

Répartition des groupes de TP (à jour, cette fois-ci)

Remarque

Les groupes de Math F112 ont été harmonisés avec vos groupes usuels, et tout a été mis à jour sur GeHol.

GEOL1 Un seul groupe - voir GeHol – **Hussein Cheikh-Ali**

GEOG1 Un seul groupe - voir GeHol – **Christine Cutting**

BIOL1 et SCIE1 TROIS GROUPES:

- Groupe 1 – Groupe 2: Mardi 16h-18h (local P.2.N-0.5.06) et Jeudi 10h-12h (local S.K.3.401) – **Julien Rémy**
- Groupe 3 : Mardi 16h-18h (P.A2.222) et Jeudi 14h-16h (P.A2.120) – **Robson do Nascimiento**

Répartition des groupes de TP (à jour, cette fois-ci)

Remarque

Les groupes de Math F112 ont été harmonisés avec vos groupes usuels, et tout a été mis à jour sur GeHol.

GEOL1 Un seul groupe - voir GeHol – **Hussein Cheikh-Ali**

GEOG1 Un seul groupe - voir GeHol – **Christine Cutting**

BIOL1 et SCIE1 TROIS GROUPES:

- Groupe 1 – Groupe 2: Mardi 16h-18h (local P.2.N-0.5.06) et Jeudi 10h-12h (local S.K.3.401) – **Julien Rémy**
- Groupe 3 : Mardi 16h-18h (P.A2.222) et Jeudi 14h-16h (P.A2.120) – **Robson do Nascimiento**
- Groupe 4 et SCIE: Mardi 16h-18h (P.OF.2072) et Jeudi 10h30-12h30 (P.2.N-0.7.08) – **Selim Rexhep.**

INFO1

- Groupe 1 – Groupe 2: Lundi 16h-18h (P.2.N-0.6.07) et Vendredi 10h30-12h30 (P.A2.122)– **Julie Distexhe**

INFO1

- Groupe 1 – Groupe 2: Lundi 16h-18h (P.2.N-0.6.07) et Vendredi 10h30-12h30 (P.A2.122)– **Julie Distexhe**
- Groupe 3 – Groupe 4: Lundi 16h-18h (P.FORUM.H) et Vendredi 10h30-12h30 (P.2.N-O.6.07) – **Thibaut Grouy**

INFO1

- Groupe 1 – Groupe 2: Lundi 16h-18h (P.2.N-0.6.07) et Vendredi 10h30-12h30 (P.A2.122)– **Julie Distexhe**
- Groupe 3 – Groupe 4: Lundi 16h-18h (P.FORUM.H) et Vendredi 10h30-12h30 (P.2.N-O.6.07) – **Thibaut Grouy**
- Groupe 5: Lundi 16h-18h (P.2.N-0.7.08) et Vendredi 14h-16h (P.OF.2070 **uniquement les semaines 3 et 6**, sinon P.OF.2064) – **Hussein Cheikh-Ali**

INFO1

- Groupe 1 – Groupe 2: Lundi 16h-18h (P.2.N-0.6.07) et Vendredi 10h30-12h30 (P.A2.122)– **Julie Distexhe**
- Groupe 3 – Groupe 4: Lundi 16h-18h (P.FORUM.H) et Vendredi 10h30-12h30 (P.2.N-O.6.07) – **Thibaut Grouy**
- Groupe 5: Lundi 16h-18h (P.2.N-0.7.08) et Vendredi 14h-16h (P.OF.2070 **uniquement les semaines 3 et 6**, sinon P.OF.2064) – **Hussein Cheikh-Ali**
- Groupe 6: Lundi 16h-18h (P.A2.220) et Vendredi 14h-16h (P.1C3.203) – **Robson do Nascimiento**

INFO1

- Groupe 1 – Groupe 2: Lundi 16h-18h (P.2.N-0.6.07) et Vendredi 10h30-12h30 (P.A2.122)– **Julie Distexhe**
- Groupe 3 – Groupe 4: Lundi 16h-18h (P.FORUM.H) et Vendredi 10h30-12h30 (P.2.N-O.6.07) – **Thibaut Grouy**
- Groupe 5: Lundi 16h-18h (P.2.N-0.7.08) et Vendredi 14h-16h (P.OF.2070 **uniquement les semaines 3 et 6**, sinon P.OF.2064) – **Hussein Cheikh-Ali**
- Groupe 6: Lundi 16h-18h (P.A2.220) et Vendredi 14h-16h (P.1C3.203) – **Robson do Nascimiento**

CHIM1

- Groupe 1:
  - Lundi 14h-16h (P.OF.2072, Semaines 3 à 6), Vendredi 16h-18h (P.OF.2076, Semaine 8 à 14) et toujours Mardi 10h-12h (S.UB4.132) – **Hussein Cheickh-Ali**

INFO1

- Groupe 1 – Groupe 2: Lundi 16h-18h (P.2.N-0.6.07) et Vendredi 10h30-12h30 (P.A2.122)– **Julie Distexhe**
- Groupe 3 – Groupe 4: Lundi 16h-18h (P.FORUM.H) et Vendredi 10h30-12h30 (P.2.N-O.6.07) – **Thibaut Grouy**
- Groupe 5: Lundi 16h-18h (P.2.N-0.7.08) et Vendredi 14h-16h (P.OF.2070 **uniquement les semaines 3 et 6**, sinon P.OF.2064) – **Hussein Cheikh-Ali**
- Groupe 6: Lundi 16h-18h (P.A2.220) et Vendredi 14h-16h (P.1C3.203) – **Robson do Nascimiento**

CHIM1

- Groupe 1:
  - Lundi 14h-16h (P.OF.2072, Semaines 3 à 6), Vendredi 16h-18h (P.OF.2076, Semaine 8 à 14) et toujours Mardi 10h-12h (S.UB4.132) – **Hussein Cheickh-Ali**
- Groupe 2 – Groupe 3:
  - Lundi 14h-16h (P.A2.220, Semaines 3 à 6), Vendredi 16h-18h (P.OF.2066, Semaine 8 à 14) et toujours Mardi 10h-12h (S.P4.1.10) – **Jessica Mulfas**

IRBI1

- Groupe 1 – Groupe 2: Mercredi 8h-10h (S.C4.219) et Vendredi 16h-18h (P.2.N-O.7.07) – **Antoine Bricmont**

IRBI1

- Groupe 1 – Groupe 2: Mercredi 8h-10h (S.C4.219) et Vendredi 16h-18h (P.2.N-O.7.07) – **Antoine Bricmont**
- Groupe 3 – Groupe 4: Mercredi 8h-10h (S.H3244) et Jeudi 16h-18h (P.2.N-O.7.08) – **Hussein Cheikh-Ali**

IRBI1

- Groupe 1 – Groupe 2: Mercredi 8h-10h (S.C4.219) et Vendredi 16h-18h (P.2.N-O.7.07) – **Antoine Bricmont**
- Groupe 3 – Groupe 4: Mercredi 8h-10h (S.H3244) et Jeudi 16h-18h (P.2.N-O.7.08) – **Hussein Cheikh-Ali**
- Groupe 5: Mercredi 8h-10h (P.2.N-O.5.06) et Vendredi 16h-18h (P.A2.222) - **Robson do Nascimento**

IRBI1

- Groupe 1 – Groupe 2: Mercredi 8h-10h (S.C4.219) et Vendredi 16h-18h (P.2.N-O.7.07) – **Antoine Bricmont**
- Groupe 3 – Groupe 4: Mercredi 8h-10h (S.H3244) et Jeudi 16h-18h (P.2.N-O.7.08) – **Hussein Cheikh-Ali**
- Groupe 5: Mercredi 8h-10h (P.2.N-O.5.06) et Vendredi 16h-18h (P.A2.222) - **Robson do Nascimento**

Toutes ces infos sont sur la page du cours homepages.ulb.ac.be/ bpremose.

Le point sur l'évaluation

La matière présentée à l'examen sera l'union

Le point sur l'évaluation

La matière présentée à l'examen sera l'union du cours sur transparents et syllabus

Le point sur l'évaluation

La matière présentée à l'examen sera l'union du cours sur transparents et syllabus et du contenu des séances d'exercices.

Le point sur l'évaluation

La matière présentée à l'examen sera l'union du cours sur transparents et syllabus et du contenu des séances d'exercices.

L'examen contiendra une question théorique:

Le point sur l'évaluation

La matière présentée à l'examen sera l'union du cours sur transparents et syllabus et du contenu des séances d'exercices.

L'examen contiendra une question théorique: il faudra énoncer une définition, un résultat ou refaire une démonstration vue en cours.

Le point sur l'évaluation

La matière présentée à l'examen sera l'union du cours sur transparents et syllabus et du contenu des séances d'exercices.

L'examen contiendra une question théorique: il faudra énoncer une définition, un résultat ou refaire une démonstration vue en cours.

Elle sera choisie parmi une liste qui vous sera communiquée avant l'examen.

Le point sur l'évaluation

La matière présentée à l'examen sera l'union du cours sur transparents et syllabus et du contenu des séances d'exercices.

L'examen contiendra une question théorique: il faudra énoncer une définition, un résultat ou refaire une démonstration vue en cours.

Elle sera choisie parmi une liste qui vous sera communiquée avant l'examen. Une anticipation: la preuve de

$$\sum_{k=1}^{n} k = \frac{n(n+1)}{2}$$

par récurrence y sera sûrement!

Contenu de la section

Contenu de la section

1. Fonctions
   - Propriétés des fonctions
   - Classes de fonctions particulières
   - Les fonctions exponentielles et logarithmes

Exercice

Comment choisir le domaine $A \subset \mathbb{R}$

Exercice

Comment choisir le domaine $A \subset \mathbb{R}$ pour que

$$f : A \to \mathbb{R} : x \mapsto \frac{1}{x^2 - 1}$$

définisse une fonction ?

Exercice

Comment choisir le domaine $A \subset \mathbb{R}$ pour que

$$f : A \to \mathbb{R} : x \mapsto \frac{1}{x^2 - 1}$$

définisse une fonction ?

Réponse

N'importe quel A ne contenant ni 1 ni -1 convient.

Exercice

Comment choisir le domaine $A \subset \mathbb{R}$ pour que

$$f : A \to \mathbb{R} : x \mapsto \frac{1}{x^2 - 1}$$

définisse une fonction ?

Réponse

N'importe quel A ne contenant ni 1 ni -1 convient. Généralement, nous prenons « le plus grand possible », c'est-à-dire $A = \mathbb{R} \setminus \{-1,1\}$.

Exercice

Comment choisir le domaine $A \subset \mathbb{R}$ pour que

$$f : A \to \mathbb{R} : x \mapsto \frac{1}{x^2 - 1}$$

définisse une fonction ?

Réponse

N'importe quel A ne contenant ni 1 ni -1 convient. Généralement, nous prenons « le plus grand possible », c'est-à-dire $A = \mathbb{R} \setminus \{-1,1\}$.

Remarque

La règle qui donne $f(x)$ sera souvent une simple formule contenant la variable x

Exercice

Comment choisir le domaine $A \subset \mathbb{R}$ pour que

$$f : A \to \mathbb{R} : x \mapsto \frac{1}{x^2 - 1}$$

définisse une fonction ?

Réponse

N'importe quel A ne contenant ni 1 ni -1 convient. Généralement, nous prenons « le plus grand possible », c'est-à-dire $A = \mathbb{R} \setminus \{-1,1\}$.

Remarque

La règle qui donne $f(x)$ sera souvent une simple formule contenant la variable x (également appelée *expression algébrique*).

Exercice

Comment choisir le domaine $A \subset \mathbb{R}$ pour que

$$f : A \to \mathbb{R} : x \mapsto \frac{1}{x^2 - 1}$$

définisse une fonction ?

Réponse

N'importe quel A ne contenant ni 1 ni -1 convient. Généralement, nous prenons « le plus grand possible », c'est-à-dire $A = \mathbb{R} \setminus \{-1,1\}$.

Remarque

La règle qui donne $f(x)$ sera souvent une simple formule contenant la variable x (également appelée *expression algébrique*). Mais parfois la recette est plus complexe, et parfois il n'y a aucune formule.

Un autre exercice

Exercice

Quel est le plus grand domaine A sur lequel

$$f(x) = \frac{1}{3 + \sqrt{x^2 - 4}}$$

définit bien une fonction?

Un autre exercice

Exercice

Quel est le plus grand domaine A sur lequel

$$f(x) = \frac{1}{3 + \sqrt{x^2 - 4}}$$

définit bien une fonction?

Réponse

$\sqrt{x^2 - 4} \geq 0$ pour tout $x \in \mathbb{R}$, donc il n'y a pas de risques que $3 + \sqrt{x^2 - 4} \geq 0$ s'annule.

Un autre exercice

Exercice

Quel est le plus grand domaine A sur lequel

$$f(x) = \frac{1}{3 + \sqrt{x^2 - 4}}$$

définit bien une fonction?

Réponse

$\sqrt{x^2 - 4} \geq 0$ pour tout $x \in \mathbb{R}$, donc il n'y a pas de risques que $3 + \sqrt{x^2 - 4} \geq 0$ s'annule. C'est donc la racine carrée qui limite le domaine de définition.

Un autre exercice

Exercice

Quel est le plus grand domaine A sur lequel

$$f(x) = \frac{1}{3 + \sqrt{x^2 - 4}}$$

définit bien une fonction?

Réponse

$\sqrt{x^2 - 4} \geq 0$ pour tout $x \in \mathbb{R}$, donc il n'y a pas de risques que $3 + \sqrt{x^2 - 4} \geq 0$ s'annule. C'est donc la racine carrée qui limite le domaine de définition. Cette fonction est bien définie si ce qui est sous la racine est positif ou nul, c'est-à-dire si

$$x^2 - 4 \geq 0$$

Un autre exercice

Exercice

Quel est le plus grand domaine A sur lequel

$$f(x) = \frac{1}{3 + \sqrt{x^2 - 4}}$$

définit bien une fonction?

Réponse

$\sqrt{x^2 - 4} \geq 0$ pour tout $x \in \mathbb{R}$, donc il n'y a pas de risques que $3 + \sqrt{x^2 - 4} \geq 0$ s'annule. C'est donc la racine carrée qui limite le domaine de définition. Cette fonction est bien définie si ce qui est sous la racine est positif ou nul, c'est-à-dire si

$$x^2 - 4 \geq 0 \iff x^2 \geq 4$$

Un autre exercice

Exercice

Quel est le plus grand domaine A sur lequel

$$f(x) = \frac{1}{3 + \sqrt{x^2 - 4}}$$

définit bien une fonction?

Réponse

$\sqrt{x^2 - 4} \geq 0$ pour tout $x \in \mathbb{R}$, donc il n'y a pas de risques que $3 + \sqrt{x^2 - 4} \geq 0$ s'annule. C'est donc la racine carrée qui limite le domaine de définition. Cette fonction est bien définie si ce qui est sous la racine est positif ou nul, c'est-à-dire si

$$\begin{aligned} x^2 - 4 \geq 0 &\iff x^2 \geq 4 \\ &\iff x \geq 2 \text{ ou } x \leq -2. \end{aligned}$$

Un autre exercice

Exercice

Quel est le plus grand domaine A sur lequel

$$f(x) = \frac{1}{3 + \sqrt{x^2 - 4}}$$

définit bien une fonction?

Réponse

$\sqrt{x^2 - 4} \geq 0$ pour tout $x \in \mathbb{R}$, donc il n'y a pas de risques que $3 + \sqrt{x^2 - 4} \geq 0$ s'annule. C'est donc la racine carrée qui limite le domaine de définition. Cette fonction est bien définie si ce qui est sous la racine est positif ou nul, c'est-à-dire si

$$\begin{aligned} x^2 - 4 \geq 0 &\iff x^2 \geq 4 \\ &\iff x \geq 2 \text{ ou } x \leq -2. \end{aligned}$$

Le domaine maximal de définition est donc

$$A =]-\infty; -2] \cup [2, +\infty[.$$

Un troisième exercice

Exercice

Quel est le plus grand domaine A sur lequel

$$g(x) = \frac{\sqrt{2x-1}}{x^2-1}$$

définit bien une fonction?

Un troisième exercice

Exercice

Quel est le plus grand domaine A sur lequel

$$g(x) = \frac{\sqrt{2x-1}}{x^2-1}$$

définit bien une fonction?

Réponse

Il y a deux problèmes ici: la racine carrée et le dénominateur qui peut s'annuler. Pour le dénominateur:

Un troisième exercice

Exercice

Quel est le plus grand domaine A sur lequel

$$g(x) = \frac{\sqrt{2x-1}}{x^2-1}$$

définit bien une fonction?

Réponse

Il y a deux problèmes ici: la racine carrée et le dénominateur qui peut s'annuler. Pour le dénominateur: l'expression est bien définie si

$$x^2 - 1 \neq 0 \iff x^2 \neq 1 \iff x \notin \{-1,1\}.$$

Un troisième exercice

Exercice

Quel est le plus grand domaine A sur lequel

$$g(x) = \frac{\sqrt{2x-1}}{x^2-1}$$

définit bien une fonction?

Réponse

Il y a deux problèmes ici: la racine carrée et le dénominateur qui peut s'annuler. Pour le dénominateur: l'expression est bien définie si

$$x^2 - 1 \neq 0 \iff x^2 \neq 1 \iff x \notin \{-1, 1\}.$$

Pour la racine carrée: elle est bien définie si

Un troisième exercice

Exercice

Quel est le plus grand domaine A sur lequel

$$g(x) = \frac{\sqrt{2x-1}}{x^2-1}$$

définit bien une fonction?

Réponse

Il y a deux problèmes ici: la racine carrée et le dénominateur qui peut s'annuler. Pour le dénominateur: l'expression est bien définie si

$$x^2 - 1 \neq 0 \iff x^2 \neq 1 \iff x \notin \{-1,1\}.$$

Pour la racine carrée: elle est bien définie si $2x - 1 \geq 0 \iff$

Un troisième exercice

Exercice

Quel est le plus grand domaine A sur lequel
$$g(x) = \frac{\sqrt{2x-1}}{x^2-1}$$
définit bien une fonction?

Réponse

Il y a deux problèmes ici: la racine carrée et le dénominateur qui peut s'annuler. Pour le dénominateur: l'expression est bien définie si
$$x^2 - 1 \neq 0 \iff x^2 \neq 1 \iff x \notin \{-1,1\}.$$
Pour la racine carrée: elle est bien définie si $2x - 1 \geq 0 \iff x \geq \frac{1}{2}$. Le domaine maximal de définition est donc

Un troisième exercice

Exercice

Quel est le plus grand domaine A sur lequel

$$g(x) = \frac{\sqrt{2x-1}}{x^2-1}$$

définit bien une fonction?

Réponse

Il y a deux problèmes ici: la racine carrée et le dénominateur qui peut s'annuler. Pour le dénominateur: l'expression est bien définie si

$$x^2 - 1 \neq 0 \iff x^2 \neq 1 \iff x \notin \{-1,1\}.$$

Pour la racine carrée: elle est bien définie si $2x - 1 \geq 0 \iff x \geq \frac{1}{2}$. Le domaine maximal de définition est donc

$$A = [\frac{1}{2}, +\infty[\setminus \{1\}$$

Un troisième exercice

Exercice

Quel est le plus grand domaine A sur lequel

$$g(x) = \frac{\sqrt{2x-1}}{x^2-1}$$

définit bien une fonction?

Réponse

Il y a deux problèmes ici: la racine carrée et le dénominateur qui peut s'annuler. Pour le dénominateur: l'expression est bien définie si

$$x^2 - 1 \neq 0 \iff x^2 \neq 1 \iff x \notin \{-1,1\}.$$

Pour la racine carrée: elle est bien définie si $2x - 1 \geq 0 \iff x \geq \frac{1}{2}$. Le domaine maximal de définition est donc

$$A = [\frac{1}{2}, +\infty[\setminus \{1\} = [\frac{1}{2}, 1[\cup]1, +\infty[.$$

Graphe de fonction

Définition

Le graphe d'une fonction $f : A \subset \mathbb{R} \to \mathbb{R}$

Graphe de fonction

Définition

Le graphe d'une fonction $f : A \subset \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ est l'ensemble des points du plan de la forme $(x, f(x))$.

Graphe de fonction

Définition

Le graphe d'une fonction $f : A \subset \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ est l'ensemble des points du plan de la forme $(x,f(x))$.

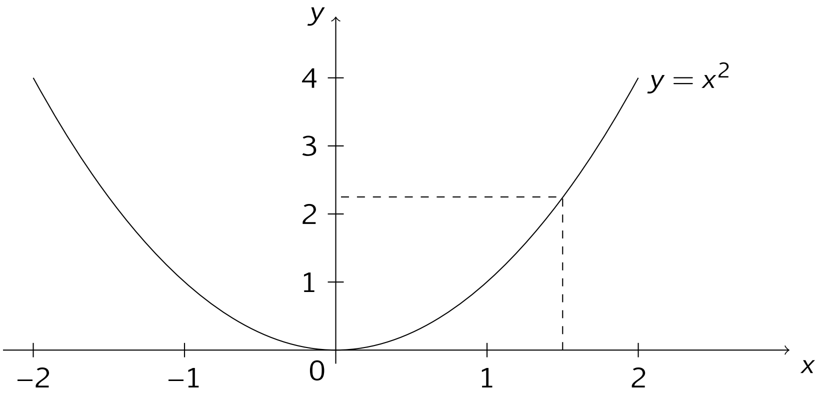
Par définition, il s'agit donc des solutions de l'équation $y = f(x)$.

Graphe de fonction

Définition

Le graphe d'une fonction $f : A \subset \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ est l'ensemble des points du plan de la forme $(x, f(x))$.

Par définition, il s'agit donc des solutions de l'équation $y = f(x)$.



Définition

Une fonction $f: A \to B$, avec $A \subset \mathbb{R}$ et $B \subset \mathbb{R}$ est :

Définition

Une fonction $f : A \to B$, avec $A \subset \mathbb{R}$ et $B \subset \mathbb{R}$ est :

- *paire*

Définition

Une fonction $f\colon A \to B$, avec $A \subset \mathbb{R}$ et $B \subset \mathbb{R}$ est :

- *paire* si et seulement si pour tout x de A,

Définition

Une fonction $f : A \to B$, avec $A \subset \mathbb{R}$ et $B \subset \mathbb{R}$ est :

- *paire* si et seulement si pour tout x de A, on a $-x \in A$ et $f(x) = f(-x)$.

Définition

Une fonction $f : A \to B$, avec $A \subset \mathbb{R}$ et $B \subset \mathbb{R}$ est :

- *paire* si et seulement si pour tout x de A, on a $-x \in A$ et $f(x) = f(-x)$.
- *impaire*

Définition

Une fonction $f\colon A \to B$, avec $A \subset \mathbb{R}$ et $B \subset \mathbb{R}$ est :

- *paire* si et seulement si pour tout x de A, on a $-x \in A$ et $f(x) = f(-x)$.
- *impaire* si et seulement si pour tout x de A,

Définition

Une fonction $f : A \to B$, avec $A \subset \mathbb{R}$ et $B \subset \mathbb{R}$ est :

- *paire* si et seulement si pour tout x de A, on a $-x \in A$ et $f(x) = f(-x)$.
- *impaire* si et seulement si pour tout x de A, on a $-x \in A$ et $f(-x) = -f(x)$.

Définition

Une fonction $f\colon A \to B$, avec $A \subset \mathbb{R}$ et $B \subset \mathbb{R}$ est :

- *paire* si et seulement si pour tout x de A, on a $-x \in A$ et $f(x) = f(-x)$.
- *impaire* si et seulement si pour tout x de A, on a $-x \in A$ et $f(-x) = -f(x)$.

Attention, la définition de paire et impaire demande que le domaine A soit symétrique par rapport à 0.

Définition

Une fonction $f: A \to B$, avec $A \subset \mathbb{R}$ et $B \subset \mathbb{R}$ est :

- *paire* si et seulement si pour tout x de A, on a $-x \in A$ et $f(x) = f(-x)$.
- *impaire* si et seulement si pour tout x de A, on a $-x \in A$ et $f(-x) = -f(x)$.

Attention, la définition de paire et impaire demande que le domaine A soit symétrique par rapport à 0. (c'est ce que signifie $-x \in A$).

Définition

Une fonction $f: A \to B$, avec $A \subset \mathbb{R}$ et $B \subset \mathbb{R}$ est :

- *paire* si et seulement si pour tout x de A, on a $-x \in A$ et $f(x) = f(-x)$.
- *impaire* si et seulement si pour tout x de A, on a $-x \in A$ et $f(-x) = -f(x)$.

Attention, la définition de paire et impaire demande que le domaine A soit symétrique par rapport à 0. (c'est ce que signifie $-x \in A$).

Remarque

Une fonction est paire $\iff$ son graphe est symétrique par rapport à l'axe des ordonnées.

Définition

Une fonction $f : A \to B$, avec $A \subset \mathbb{R}$ et $B \subset \mathbb{R}$ est :

- *paire* si et seulement si pour tout x de A, on a $-x \in A$ et $f(x) = f(-x)$.
- *impaire* si et seulement si pour tout x de A, on a $-x \in A$ et $f(-x) = -f(x)$.

Attention, la définition de paire et impaire demande que le domaine A soit symétrique par rapport à 0. (c'est ce que signifie $-x \in A$).

Remarque

Une fonction est paire $\iff$ son graphe est symétrique par rapport à l'axe des ordonnées.
Une fonction est impaire $\iff$ son graphe est symétrique par rapport à l'origine (0,0).

Exemples

- La fonction f définie par $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, x \mapsto x^2 + 1$ est

Exemples

- La fonction f définie par $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, x \mapsto x^2 + 1$ est paire.

Exemples

- La fonction f définie par $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, x \mapsto x^2 + 1$ est paire.

Démonstration.

En effet: $f(-x) = (-x)^2 + 1$

Exemples

- La fonction f définie par $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, x\mapsto x^2+1$ est paire.

Démonstration.

En effet: $f(-x)=(-x)^2+1=x^2+1$

Exemples

- La fonction f définie par $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, x \mapsto x^2 + 1$ est paire.

Démonstration.

En effet: $f(-x) = (-x)^2 + 1 = x^2 + 1 = f(x)$. $\square$

Exemples

- La fonction f définie par $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, x \mapsto x^2 + 1$ est paire.

Démonstration.

En effet: $f(-x) = (-x)^2 + 1 = x^2 + 1 = f(x)$. $\square$

- La fonction définie par $f : \mathbb{R}\backslash\{0\} \to \mathbb{R}, x \mapsto \frac{1}{x}$ est

Exemples

- La fonction f définie par $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, x \mapsto x^2 + 1$ est paire.

Démonstration.

En effet: $f(-x) = (-x)^2 + 1 = x^2 + 1 = f(x)$. $\square$

- La fonction définie par $f : \mathbb{R} \backslash \{0\} \to \mathbb{R}, x \mapsto \frac{1}{x}$ est impaire.

Exemples

- La fonction f définie par $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, x \mapsto x^2 + 1$ est paire.

Démonstration.

En effet: $f(-x) = (-x)^2 + 1 = x^2 + 1 = f(x)$. $\square$

- La fonction définie par $f : \mathbb{R} \backslash \{0\} \to \mathbb{R}, x \mapsto \frac{1}{x}$ est impaire.

Démonstration.

En effet: $f(-x) = \frac{1}{-x}$

Exemples

- La fonction f définie par $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, x \mapsto x^2 + 1$ est paire.

Démonstration.

En effet: $f(-x) = (-x)^2 + 1 = x^2 + 1 = f(x)$. □

- La fonction définie par $f : \mathbb{R} \backslash \{0\} \to \mathbb{R}, x \mapsto \frac{1}{x}$ est impaire.

Démonstration.

En effet: $f(-x) = \frac{1}{-x} = -\frac{1}{x}$

Exemples

- La fonction f définie par $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, x \mapsto x^2 + 1$ est paire.

Démonstration.

En effet: $f(-x) = (-x)^2 + 1 = x^2 + 1 = f(x)$. $\square$

- La fonction définie par $f : \mathbb{R}\backslash\{0\} \to \mathbb{R}, x \mapsto \frac{1}{x}$ est impaire.

Démonstration.

En effet: $f(-x) = \frac{1}{-x} = -\frac{1}{x} = -f(x)$.

Exemples

- La fonction f définie par $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, x \mapsto x^2 + 1$ est paire.

Démonstration.

En effet: $f(-x) = (-x)^2 + 1 = x^2 + 1 = f(x)$. $\square$

- La fonction définie par $f : \mathbb{R}\backslash\{0\} \to \mathbb{R}, x \mapsto \frac{1}{x}$ est impaire.

Démonstration.

En effet: $f(-x) = \frac{1}{-x} = -\frac{1}{x} = -f(x)$. $\square$

- La fonction définie par $f : [-2, +\infty[\backslash\{0\} \to \mathbb{R}, x \mapsto \frac{1}{x}$ est

Exemples

- La fonction f définie par $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, x \mapsto x^2 + 1$ est paire.

Démonstration.

En effet: $f(-x) = (-x)^2 + 1 = x^2 + 1 = f(x)$. $\square$

- La fonction définie par $f : \mathbb{R}\backslash\{0\} \to \mathbb{R}, x \mapsto \frac{1}{x}$ est impaire.

Démonstration.

En effet: $f(-x) = \frac{1}{-x} = -\frac{1}{x} = -f(x)$. $\square$

- La fonction définie par $f : [-2, +\infty[\backslash\{0\} \to \mathbb{R}, x \mapsto \frac{1}{x}$ est rien du tout!

Exemples

- La fonction f définie par $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, x \mapsto x^2 + 1$ est paire.

Démonstration.

En effet: $f(-x) = (-x)^2 + 1 = x^2 + 1 = f(x)$. □

- La fonction définie par $f : \mathbb{R} \backslash \{0\} \to \mathbb{R}, x \mapsto \frac{1}{x}$ est impaire.

Démonstration.

En effet: $f(-x) = \frac{1}{-x} = -\frac{1}{x} = -f(x)$. □

- La fonction définie par $f : [-2, +\infty[\backslash\{0\} \to \mathbb{R}, x \mapsto \frac{1}{x}$ est rien du tout! Car $[-2,\infty[$ n'est pas symétrique par rapport à 0.

Exemples

- La fonction f définie par $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, x \mapsto x^2 + 1$ est paire.

Démonstration.

En effet: $f(-x) = (-x)^2 + 1 = x^2 + 1 = f(x)$. □

- La fonction définie par $f : \mathbb{R}\backslash\{0\} \to \mathbb{R}, x \mapsto \frac{1}{x}$ est impaire.

Démonstration.

En effet: $f(-x) = \frac{1}{-x} = -\frac{1}{x} = -f(x)$. □

- La fonction définie par $f : [-2, +\infty[\backslash\{0\} \to \mathbb{R}, x \mapsto \frac{1}{x}$ est rien du tout! Car $[-2,\infty[$ n'est pas symétrique par rapport à 0.
- La fonction définie par $f : \mathbb{R}\backslash\{0\} \to \mathbb{R}, x \mapsto \frac{1}{x^2+1} - 3x$ est

Exemples

- La fonction f définie par $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, x \mapsto x^2 + 1$ est paire.

Démonstration.

En effet: $f(-x) = (-x)^2 + 1 = x^2 + 1 = f(x)$. $\square$

- La fonction définie par $f : \mathbb{R}\backslash\{0\} \to \mathbb{R}, x \mapsto \frac{1}{x}$ est impaire.

Démonstration.

En effet: $f(-x) = \frac{1}{-x} = -\frac{1}{x} = -f(x)$. $\square$

- La fonction définie par $f : [-2, +\infty[\backslash\{0\} \to \mathbb{R}, x \mapsto \frac{1}{x}$ est rien du tout! Car $[-2,\infty[$ n'est pas symétrique par rapport à 0.
- La fonction définie par $f : \mathbb{R}\backslash\{0\} \to \mathbb{R}, x \mapsto \frac{1}{x^2+1} - 3x$ est rien du tout!

Exemples

- La fonction f définie par $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, x \mapsto x^2 + 1$ est paire.

Démonstration.

En effet: $f(-x) = (-x)^2 + 1 = x^2 + 1 = f(x)$. □

- La fonction définie par $f : \mathbb{R}\backslash\{0\} \to \mathbb{R}, x \mapsto \frac{1}{x}$ est impaire.

Démonstration.

En effet: $f(-x) = \frac{1}{-x} = -\frac{1}{x} = -f(x)$. □

- La fonction définie par $f : [-2, +\infty[\backslash\{0\} \to \mathbb{R}, x \mapsto \frac{1}{x}$ est rien du tout! Car $[-2,\infty[$ n'est pas symétrique par rapport à 0.
- La fonction définie par $f : \mathbb{R}\backslash\{0\} \to \mathbb{R}, x \mapsto \frac{1}{x^2+1} - 3x$ est rien du tout!

La plupart des fonctions ne sont ni paires ni impaires.

Exemples

- La fonction f définie par $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, x \mapsto x^2 + 1$ est paire.

Démonstration.

En effet: $f(-x) = (-x)^2 + 1 = x^2 + 1 = f(x)$. □

- La fonction définie par $f : \mathbb{R}\backslash\{0\} \to \mathbb{R}, x \mapsto \frac{1}{x}$ est impaire.

Démonstration.

En effet: $f(-x) = \frac{1}{-x} = -\frac{1}{x} = -f(x)$. □

- La fonction définie par $f : [-2, +\infty[\backslash\{0\} \to \mathbb{R}, x \mapsto \frac{1}{x}$ est rien du tout! Car $[-2,\infty[$ n'est pas symétrique par rapport à 0.
- La fonction définie par $f : \mathbb{R}\backslash\{0\} \to \mathbb{R}, x \mapsto \frac{1}{x^2+1} - 3x$ est rien du tout!

La plupart des fonctions ne sont ni paires ni impaires. Et la somme d'une fonction paire et d'une fonction impaire n'est en général rien du tout.

La somme de fonctions paires est paire.

En revanche, la somme de deux fonctions paires ou impaires est encore paire ou impaire:

La somme de fonctions paires est paire.

En revanche, la somme de deux fonctions paires ou impaires est encore paire ou impaire:

Résultat

Soient $A \subset \mathbb{R}$ *et* $f,g : A \to \mathbb{R}$ *deux fonctions.*

La somme de fonctions paires est paire.

En revanche, la somme de deux fonctions paires ou impaires est encore paire ou impaire:

Résultat

Soient $A \subset \mathbb{R}$ *et* $f,g : A \to \mathbb{R}$ *deux fonctions. Si* f *et* g *sont paires alors la fonction* $f + g$ *est encore paire.*

La somme de fonctions paires est paire.

En revanche, la somme de deux fonctions paires ou impaires est encore paire ou impaire:

Résultat

Soient $A \subset \mathbb{R}$ *et* $f, g : A \to \mathbb{R}$ *deux fonctions. Si* f *et* g *sont paires alors la fonction* $f + g$ *est encore paire. Si* f *et* g *sont impaires alors la fonction* $f + g$ *est encore impaire.*

La somme de fonctions paires est paire.

En revanche, la somme de deux fonctions paires ou impaires est encore paire ou impaire:

Résultat

Soient $A \subset \mathbb{R}$ et $f,g : A \to \mathbb{R}$ deux fonctions. Si f et g sont paires alors la fonction $f+g$ est encore paire. Si f et g sont impaires alors la fonction $f+g$ est encore impaire.

Démonstration.

On fait uniquement le cas impair. Supposons que f et g sont impaires.

La somme de fonctions paires est paire.

En revanche, la somme de deux fonctions paires ou impaires est encore paire ou impaire:

Résultat

Soient $A \subset \mathbb{R}$ et $f,g : A \to \mathbb{R}$ deux fonctions. Si f et g sont paires alors la fonction $f+g$ est encore paire. Si f et g sont impaires alors la fonction $f+g$ est encore impaire.

Démonstration.

On fait uniquement le cas impair. Supposons que f et g sont impaires. Soit $x \in A$. Alors, par hypothèse, $-x \in A$.

La somme de fonctions paires est paire.

En revanche, la somme de deux fonctions paires ou impaires est encore paire ou impaire:

Résultat

Soient $A \subset \mathbb{R}$ et $f,g : A \to \mathbb{R}$ deux fonctions. Si f et g sont paires alors la fonction $f+g$ est encore paire. Si f et g sont impaires alors la fonction $f+g$ est encore impaire.

Démonstration.

On fait uniquement le cas impair. Supposons que f et g sont impaires. Soit $x \in A$. Alors, par hypothèse, $-x \in A$. On calcule alors:

$$(f+g)(-x)$$

La somme de fonctions paires est paire.

En revanche, la somme de deux fonctions paires ou impaires est encore paire ou impaire:

Résultat

Soient $A \subset \mathbb{R}$ et $f,g : A \to \mathbb{R}$ deux fonctions. Si f et g sont paires alors la fonction $f+g$ est encore paire. Si f et g sont impaires alors la fonction $f+g$ est encore impaire.

Démonstration.

On fait uniquement le cas impair. Supposons que f et g sont impaires. Soit $x \in A$. Alors, par hypothèse, $-x \in A$. On calcule alors:

$$(f+g)(-x) = f(-x) + g(-x)$$

La somme de fonctions paires est paire.

En revanche, la somme de deux fonctions paires ou impaires est encore paire ou impaire:

Résultat

Soient $A \subset \mathbb{R}$ et $f,g : A \to \mathbb{R}$ deux fonctions. Si f et g sont paires alors la fonction $f+g$ est encore paire. Si f et g sont impaires alors la fonction $f+g$ est encore impaire.

Démonstration.

On fait uniquement le cas impair. Supposons que f et g sont impaires. Soit $x \in A$. Alors, par hypothèse, $-x \in A$. On calcule alors:

$$\begin{aligned}(f+g)(-x) &= f(-x)+g(-x) = -f(x)+(-g(x)) \text{ car f et g sont impaires} \\ &= -(f+g)(x).\end{aligned}$$

La somme de fonctions paires est paire.

En revanche, la somme de deux fonctions paires ou impaires est encore paire ou impaire:

Résultat

Soient $A \subset \mathbb{R}$ et $f, g : A \to \mathbb{R}$ deux fonctions. Si f et g sont paires alors la fonction $f + g$ est encore paire. Si f et g sont impaires alors la fonction $f + g$ est encore impaire.

Démonstration.

On fait uniquement le cas impair. Supposons que f et g sont impaires. Soit $x \in A$. Alors, par hypothèse, $-x \in A$. On calcule alors:

$$\begin{aligned}(f+g)(-x) = f(-x) + g(-x) &= -f(x) + (-g(x)) \text{ car f et g sont impaires} \\ &= -(f+g)(x).\end{aligned}$$

Même chose dans le cas pair. $\square$

Propriétés des fonctions

Soit $f : A \to B$ une fonction.

Propriétés des fonctions

Soit $f : A \longrightarrow B$ une fonction.

- f est dite *surjective* si

Propriétés des fonctions

Soit $f : A \longrightarrow B$ une fonction.

- f est dite *surjective* si tout élément de B est l'image d'au moins un élément de A ;

Propriétés des fonctions

Soit $f : A \to B$ une fonction.

- f est dite *surjective* si tout élément de B est l'image d'au moins un élément de A ;
- f est dite *injective* si

Propriétés des fonctions

Soit $f : A \to B$ une fonction.

- f est dite *surjective* si tout élément de B est l'image d'au moins un élément de A ;
- f est dite *injective* si deux éléments distincts de A ont des images distinctes ;

Propriétés des fonctions

Soit $f : A \to B$ une fonction.

- f est dite *surjective* si tout élément de B est l'image d'au moins un élément de A ;
- f est dite *injective* si deux éléments distincts de A ont des images distinctes ;
- f est dite *bijective* si

Propriétés des fonctions

Soit $f : A \to B$ une fonction.

- f est dite *surjective* si tout élément de B est l'image d'au moins un élément de A ;
- f est dite *injective* si deux éléments distincts de A ont des images distinctes ;
- f est dite *bijective* si f est à la fois injective et surjective.

Propriétés des fonctions

Soit $f : A \to B$ une fonction.

- f est dite *surjective* si tout élément de B est l'image d'au moins un élément de A ;
- f est dite *injective* si deux éléments distincts de A ont des images distinctes ;
- f est dite *bijective* si f est à la fois injective et surjective.

Remarque

Une fonction est injective si et seulement si

Propriétés des fonctions

Soit $f : A \to B$ une fonction.

- f est dite *surjective* si tout élément de B est l'image d'au moins un élément de A ;
- f est dite *injective* si deux éléments distincts de A ont des images distinctes ;
- f est dite *bijective* si f est à la fois injective et surjective.

Remarque

Une fonction est injective si et seulement si toute droite horizontale coupe son graphe en *maximum* un point !

Exemples

- La fonction f définie par $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, x \mapsto x^2$

Exemples

- La fonction f définie par $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, x \mapsto x^2$ n'est pas surjective.

Exemples

- La fonction f définie par $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, x \mapsto x^2$ n'est pas surjective. Car les réels négatifs ne sont jamais de la forme x^2.

Exemples

- La fonction f définie par $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, x \mapsto x^2$ n'est pas surjective. Car les réels négatifs ne sont jamais de la forme x^2.
- En revanche, la fonction $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}^+, x \mapsto x^2$

Exemples

- La fonction f définie par $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, x \mapsto x^2$ n'est pas surjective. Car les réels négatifs ne sont jamais de la forme x^2.
- En revanche, la fonction $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}^+, x \mapsto x^2$ est surjective.

Exemples

- La fonction f définie par $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, x \mapsto x^2$ n'est pas surjective. Car les réels négatifs ne sont jamais de la forme x^2.
- En revanche, la fonction $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}^+, x \mapsto x^2$ est surjective. Car tout nombre positif admet une racine carrée!

Exemples

- La fonction f définie par $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, x \mapsto x^2$ n'est pas surjective. Car les réels négatifs ne sont jamais de la forme x^2.
- En revanche, la fonction $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}^+, x \mapsto x^2$ est surjective. Car tout nombre positif admet une racine carrée!
- La fonction définie par $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}^+, x \mapsto x^2$

Exemples

- La fonction f définie par $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, x \mapsto x^2$ n'est pas surjective. Car les réels négatifs ne sont jamais de la forme x^2.
- En revanche, la fonction $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}^+, x \mapsto x^2$ est surjective. Car tout nombre positif admet une racine carrée!
- La fonction définie par $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}^+, x \mapsto x^2$ n'est pas injective.

Exemples

- La fonction f définie par $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, x \mapsto x^2$ n'est pas surjective. Car les réels négatifs ne sont jamais de la forme x^2.
- En revanche, la fonction $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}^+, x \mapsto x^2$ est surjective. Car tout nombre positif admet une racine carrée!
- La fonction définie par $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}^+, x \mapsto x^2$ n'est pas injective. Car 1 et -1 (plus généralement x et $-x$) ont la même image.

Exemples

- La fonction f définie par $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, x \mapsto x^2$ n'est pas surjective. Car les réels négatifs ne sont jamais de la forme x^2.
- En revanche, la fonction $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}^+, x \mapsto x^2$ est surjective. Car tout nombre positif admet une racine carrée!
- La fonction définie par $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}^+, x \mapsto x^2$ n'est pas injective. Car 1 et -1 (plus généralement x et $-x$) ont la même image.
- La fonction $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, x \mapsto 3x$ est

Exemples

- La fonction f définie par $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, x \mapsto x^2$ n'est pas surjective. Car les réels négatifs ne sont jamais de la forme x^2.
- En revanche, la fonction $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}^+, x \mapsto x^2$ est surjective. Car tout nombre positif admet une racine carrée!
- La fonction définie par $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}^+, x \mapsto x^2$ n'est pas injective. Car 1 et -1 (plus généralement x et $-x$) ont la même image.
- La fonction $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, x \mapsto 3x$ est injective et surjective.

Exemples

- La fonction f définie par $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, x \mapsto x^2$ n'est pas surjective. Car les réels négatifs ne sont jamais de la forme x^2.
- En revanche, la fonction $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}^+, x \mapsto x^2$ est surjective. Car tout nombre positif admet une racine carrée!
- La fonction définie par $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}^+, x \mapsto x^2$ n'est pas injective. Car 1 et -1 (plus généralement x et $-x$) ont la même image.
- La fonction $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, x \mapsto 3x$ est injective et surjective. Elle est donc bijective.

Exemples

- La fonction f définie par $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, x \mapsto x^2$ n'est pas surjective. Car les réels négatifs ne sont jamais de la forme x^2.
- En revanche, la fonction $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}^+, x \mapsto x^2$ est surjective. Car tout nombre positif admet une racine carrée!
- La fonction définie par $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}^+, x \mapsto x^2$ n'est pas injective. Car 1 et -1 (plus généralement x et $-x$) ont la même image.
- La fonction $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, x \mapsto 3x$ est injective et surjective. Elle est donc bijective.
- La fonction f définie par $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, x \mapsto x^2$

Exemples

- La fonction f définie par $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, x \mapsto x^2$ n'est pas surjective. Car les réels négatifs ne sont jamais de la forme x^2.
- En revanche, la fonction $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}^+, x \mapsto x^2$ est surjective. Car tout nombre positif admet une racine carrée!
- La fonction définie par $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}^+, x \mapsto x^2$ n'est pas injective. Car 1 et -1 (plus généralement x et $-x$) ont la même image.
- La fonction $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, x \mapsto 3x$ est injective et surjective. Elle est donc bijective.
- La fonction f définie par $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, x \mapsto x^2$ n'est donc ni surjective ni injective.

Exemples

- La fonction f définie par $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, x \mapsto x^2$ n'est pas surjective. Car les réels négatifs ne sont jamais de la forme x^2.
- En revanche, la fonction $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}^+, x \mapsto x^2$ est surjective. Car tout nombre positif admet une racine carrée!
- La fonction définie par $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}^+, x \mapsto x^2$ n'est pas injective. Car 1 et -1 (plus généralement x et $-x$) ont la même image.
- La fonction $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, x \mapsto 3x$ est injective et surjective. Elle est donc bijective.
- La fonction f définie par $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, x \mapsto x^2$ n'est donc ni surjective ni injective.

  Ici encore: les fonctions que vous rencontrerez ne seront pas forcément surjectives, injectives ou bijectives!

Ensemble image

Soit $f : A \to B$ une fonction.

Ensemble image

Soit $f : A \to B$ une fonction. L'ensemble image de f, noté $\operatorname{Im} f$ ou $f(A)$, est l'ensemble des valeurs prises par la fonction.

Ensemble image

Soit $f : A \to B$ une fonction. L'ensemble image de f, noté $\operatorname{Im} f$ ou $f(A)$, est l'ensemble des valeurs prises par la fonction. C'est

$$\operatorname{Im} f = \{f(x) \text{ t.q. } x \in A\}.$$

Ensemble image

Soit $f : A \to B$ une fonction. L'ensemble image de f, noté $\operatorname{Im} f$ ou $f(A)$, est l'ensemble des valeurs prises par la fonction. C'est

$$\operatorname{Im} f = \{f(x) \text{ t.q. } x \in A\}.$$

L'ensemble image de la fonction...

Ensemble image

Soit $f : A \to B$ une fonction. L'ensemble image de f, noté $\operatorname{Im} f$ ou $f(A)$, est l'ensemble des valeurs prises par la fonction. C'est

$$\operatorname{Im} f = \{f(x) \text{ t.q. } x \in A\}.$$

L'ensemble image de la fonction…

- $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R} : x \mapsto x^2$ est

Ensemble image

Soit $f : A \to B$ une fonction. L'ensemble image de f, noté $\operatorname{Im} f$ ou $f(A)$, est l'ensemble des valeurs prises par la fonction. C'est

$$\operatorname{Im} f = \{f(x) \text{ t.q. } x \in A\}.$$

L'ensemble image de la fonction…

- $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R} : x \mapsto x^2$ est $\mathbb{R}^+$

Ensemble image

Soit $f : A \to B$ une fonction. L'ensemble image de f, noté $\operatorname{Im} f$ ou $f(A)$, est l'ensemble des valeurs prises par la fonction. C'est

$$\operatorname{Im} f = \{f(x) \text{ t.q. } x \in A\}.$$

L'ensemble image de la fonction...

- $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R} : x \mapsto x^2$ est $\mathbb{R}^+$
- $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R} : x \mapsto x^3$ est

Ensemble image

Soit $f : A \to B$ une fonction. L'ensemble image de f, noté $\operatorname{Im} f$ ou $f(A)$, est l'ensemble des valeurs prises par la fonction. C'est

$$\operatorname{Im} f = \{f(x) \text{ t.q. } x \in A\}.$$

L'ensemble image de la fonction...

- $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R} : x \mapsto x^2$ est $\mathbb{R}^+$
- $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R} : x \mapsto x^3$ est $\mathbb{R}$

Ensemble image

Soit $f : A \to B$ une fonction. L'ensemble image de f, noté $\operatorname{Im} f$ ou $f(A)$, est l'ensemble des valeurs prises par la fonction. C'est

$$\operatorname{Im} f = \{f(x) \text{ t.q. } x \in A\}.$$

L'ensemble image de la fonction...

- $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R} : x \mapsto x^2$ est $\mathbb{R}^+$
- $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R} : x \mapsto x^3$ est $\mathbb{R}$
- $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R} : x \mapsto x^2 + 1$ est

Ensemble image

Soit $f : A \to B$ une fonction. L'ensemble image de f, noté $\operatorname{Im} f$ ou $f(A)$, est l'ensemble des valeurs prises par la fonction. C'est

$$\operatorname{Im} f = \{f(x) \text{ t.q. } x \in A\}.$$

L'ensemble image de la fonction...

- $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R} : x \mapsto x^2$ est $\mathbb{R}^+$
- $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R} : x \mapsto x^3$ est $\mathbb{R}$
- $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R} : x \mapsto x^2 + 1$ est $[1, +\infty[$.

Ensemble image

Soit $f : A \to B$ une fonction. L'ensemble image de f, noté $\operatorname{Im} f$ ou $f(A)$, est l'ensemble des valeurs prises par la fonction. C'est

$$\operatorname{Im} f = \{f(x) \text{ t.q. } x \in A\}.$$

L'ensemble image de la fonction...

- $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R} : x \mapsto x^2$ est $\mathbb{R}^+$
- $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R} : x \mapsto x^3$ est $\mathbb{R}$
- $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R} : x \mapsto x^2 + 1$ est $[1, +\infty[$.
- $f : \mathbb{R}\backslash\{0\} \to \mathbb{R} : x \mapsto \frac{1}{x^2}$ est

Ensemble image

Soit $f : A \to B$ une fonction. L'ensemble image de f, noté $\operatorname{Im} f$ ou $f(A)$, est l'ensemble des valeurs prises par la fonction. C'est

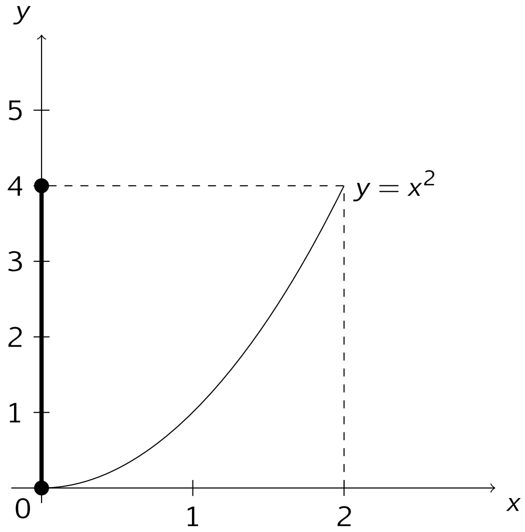
$$\operatorname{Im} f = \{f(x) \text{ t.q. } x \in A\}.$$

L'ensemble image de la fonction...

- $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R} : x \mapsto x^2$ est $\mathbb{R}^+$
- $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R} : x \mapsto x^3$ est $\mathbb{R}$
- $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R} : x \mapsto x^2 + 1$ est $[1, +\infty[$.
- $f : \mathbb{R}\backslash\{0\} \to \mathbb{R} : x \mapsto \frac{1}{x^2}$ est $]0, +\infty[$.

Le graphe de $[0,2] \to \mathbb{R} : x \mapsto x^2$ et son ensemble image

Le graphe de $[0,2] \to \mathbb{R} : x \mapsto x^2$ et son ensemble image



Injectivité, surjectivité et graphe

Remarque

- On peut « voir » les antécédents d'un nombre y sur le graphe de f en traçant une droite horizontale à hauteur y

Injectivité, surjectivité et graphe

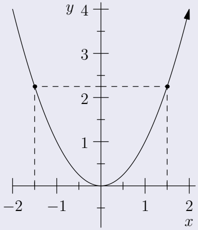
Remarque

- On peut « voir » les antécédents d'un nombre y sur le graphe de f en traçant une droite horizontale à hauteur y : les antécédents sont les abcisses des points d'intersection.

Injectivité, surjectivité et graphe

Remarque

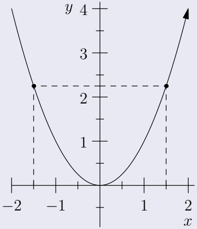
- On peut « voir » les antécédents d'un nombre y sur le graphe de f en traçant une droite horizontale à hauteur y : les antécédents sont les abcisses des points d'intersection.



Injectivité, surjectivité et graphe

Remarque

- On peut « voir » les antécédents d'un nombre y sur le graphe de f en traçant une droite horizontale à hauteur y : les antécédents sont les abcisses des points d'intersection.

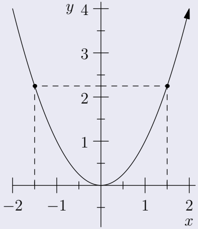


- Une fonction est injective si et seulement si

Injectivité, surjectivité et graphe

Remarque

- On peut « voir » les antécédents d'un nombre y sur le graphe de f en traçant une droite horizontale à hauteur y : les antécédents sont les abcisses des points d'intersection.

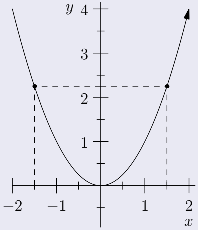


- Une fonction est injective si et seulement si tout élément dans son ensemble d'arrivée admet au maximum un antécédent.

Injectivité, surjectivité et graphe

Remarque

- On peut « voir » les antécédents d'un nombre y sur le graphe de f en traçant une droite horizontale à hauteur y : les antécédents sont les abcisses des points d'intersection.

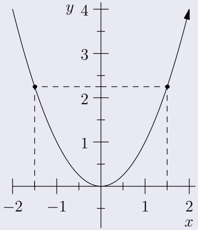


- Une fonction est injective si et seulement si tout élément dans son ensemble d'arrivée admet au maximum un antécédent.
- Une fonction est surjective si et seulement si

Injectivité, surjectivité et graphe

Remarque

- On peut « voir » les antécédents d'un nombre y sur le graphe de f en traçant une droite horizontale à hauteur y : les antécédents sont les abcisses des points d'intersection.



- Une fonction est injective si et seulement si tout élément dans son ensemble d'arrivée admet au maximum un antécédent.
- Une fonction est surjective si et seulement si tout élément dans son ensemble d'arrivée admet au moins un antécédent.

Contenu de la section

Fonctions polynomiales

Définition

Les *fonctions polynômiales*

Fonctions polynomiales

Définition

Les *fonctions polynômiales* sont des fonctions de la forme

$$x \mapsto a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + \cdots + a_n x^n$$

Fonctions polynomiales

Définition

Les *fonctions polynômiales* sont des fonctions de la forme

$$x \mapsto a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + \cdots + a_n x^n$$

où $a_0, \ldots, a_n$ sont des constantes réelles

Fonctions polynomiales

Définition

Les *fonctions polynômiales* sont des fonctions de la forme

$$x \mapsto a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + \cdots + a_n x^n$$

où $a_0, \ldots, a_n$ sont des constantes réelles, et n est un entier.

Fonctions polynomiales

Définition

Les *fonctions polynômiales* sont des fonctions de la forme

$$x \mapsto a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + \cdots + a_n x^n$$

où $a_0, \ldots, a_n$ sont des constantes réelles, et n est un entier.
L'entier n est le *degré* de la fonction (si $a_n \neq 0$).

Fonctions racines

Exemple

Les fonctions *racine carrée* et *racine cubique* sont :

$$\mathbb{R}^+ \to \mathbb{R}^+ : x \mapsto \sqrt{x} \quad \text{et} \quad \mathbb{R} \to \mathbb{R} : x \mapsto \sqrt[3]{x}$$

Fonctions racines

Exemple

Les fonctions *racine carrée* et *racine cubique* sont :

$$\mathbb{R}^+ \to \mathbb{R}^+ : x \mapsto \sqrt{x} \quad \text{et} \quad \mathbb{R} \to \mathbb{R} : x \mapsto \sqrt[3]{x}$$

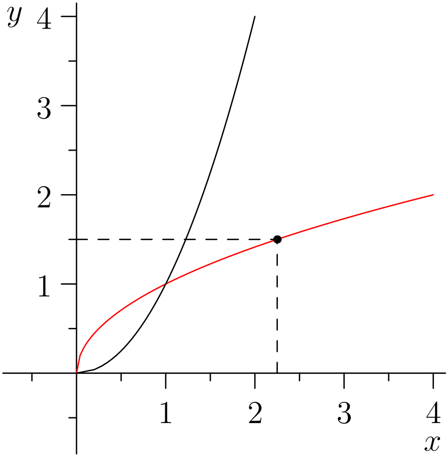
Définition

Plus généralement, pour n naturel pair, nous avons une fonction racine n^{e} :

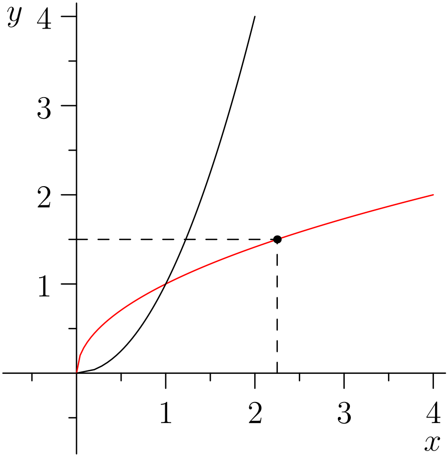
$$\mathbb{R}^+ \to \mathbb{R}^+ : x \mapsto \sqrt[n]{x}$$

et pour n naturel impair, similairement avec un autre domaine :

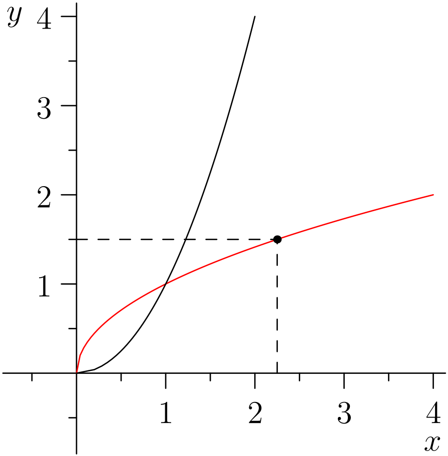
$$\mathbb{R} \to \mathbb{R} : x \mapsto \sqrt[n]{x}.$$



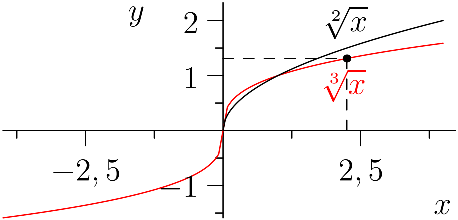
y
4
3
2
1
1
2
3
4
x



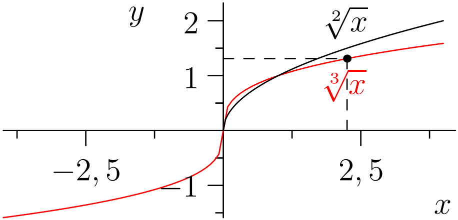
La fonction racine carrée est en rouge.



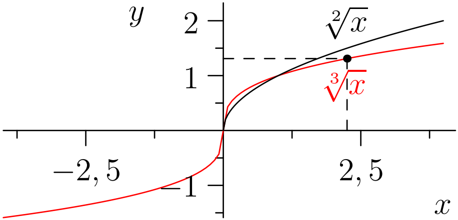
La fonction racine carrée est en rouge. En noir, c'est la fonction $x \mapsto x^2$.



La fonction racine carrée est en noir.



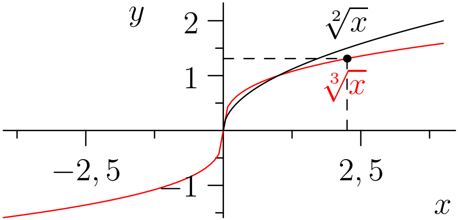
La fonction racine carrée est en noir. En rouge c'est la fonction racine cubique.



La fonction racine carrée est en noir. En rouge c'est la fonction racine cubique.

Question

La fonction racine cubique est-elle paire, impaire ou rien du tout?



La fonction racine carrée est en noir. En rouge c'est la fonction racine cubique.

Question

La fonction racine cubique est-elle paire, impaire ou rien du tout?

Réponse: elle est impaire, car son graphe est symétrique par rapport à l'origine.

Les fonctions racines n-èmes avec n impair sont définies sur $\mathbb{R}$ tout entier, alors que pour n pair elles sont seulement définies sur $\mathbb{R}^+$.

Les fonctions racines n-èmes avec n impair sont définies sur $\mathbb{R}$ tout entier, alors que pour n pair elles sont seulement définies sur $\mathbb{R}^+$.

Exemple

La raison est que si $x < 0$, alors x^3 est encore négatif.

Les fonctions racines n-èmes avec n impair sont définies sur $\mathbb{R}$ tout entier, alors que pour n pair elles sont seulement définies sur $\mathbb{R}^+$.

Exemple

La raison est que si $x < 0$, alors x^3 est encore négatif. On peut donc tout à fait prendre la racine cubique (ou cinquième, etc...) d'un nombre négatif, qui sera...

Les fonctions racines n-èmes avec n impair sont définies sur $\mathbb{R}$ tout entier, alors que pour n pair elles sont seulement définies sur $\mathbb{R}^+$.

Exemple

La raison est que si $x < 0$, alors x^3 est encore négatif. On peut donc tout à fait prendre la racine cubique (ou cinquième, etc...) d'un nombre négatif, qui sera... négative.

Croissance et décroissance

Définition

Soit f une fonction réelle et $A \subset \operatorname{dom} f$.

Croissance et décroissance

Définition

Soit f une fonction réelle et $A \subset \operatorname{dom} f$. Cette fonction est

Croissance et décroissance

Définition

Soit f une fonction réelle et $A \subset \mathrm{dom}\, f$. Cette fonction est

- *croissante sur A* si

Croissance et décroissance

Définition

Soit f une fonction réelle et $A \subset \mathrm{dom}\, f$. Cette fonction est

- *croissante* sur A si

Croissance et décroissance

Définition

Soit f une fonction réelle et $A \subset \operatorname{dom} f$. Cette fonction est

- *croissante* sur A si pour tout x,y dans A : $x \leq y \Rightarrow f(x) \leq f(y)$;

Croissance et décroissance

Définition

Soit f une fonction réelle et $A \subset \operatorname{dom} f$. Cette fonction est

- *croissante* sur A si pour tout x,y dans A : $x \leq y \Rightarrow f(x) \leq f(y)$;
- *décroissante* sur A si

Croissance et décroissance

Définition

Soit f une fonction réelle et $A \subset \mathrm{dom}\, f$. Cette fonction est

- *croissante* sur A si pour tout x,y dans A : $x \leq y \Rightarrow f(x) \leq f(y)$;
- *décroissante* sur A si

Croissance et décroissance

Définition

Soit f une fonction réelle et $A \subset \operatorname{dom} f$. Cette fonction est

- *croissante* sur A si pour tout x,y dans A : $x \leq y \Rightarrow f(x) \leq f(y)$;
- *décroissante* sur A si pour tout x,y dans A : $x \leq y \Rightarrow f(x) \geq f(y)$;

Croissance et décroissance

Définition

Soit f une fonction réelle et $A \subset \operatorname{dom} f$. Cette fonction est

- *croissante sur A* si pour tout x,y dans A : $x \leq y \Rightarrow f(x) \leq f(y)$;
- *décroissante sur A* si pour tout x,y dans A : $x \leq y \Rightarrow f(x) \geq f(y)$;
- *strictement croissante sur A* si

Croissance et décroissance

Définition

Soit f une fonction réelle et $A \subset \mathrm{dom}\, f$. Cette fonction est

- *croissante* sur A si pour tout x,y dans A : $x \leq y \Rightarrow f(x) \leq f(y)$;
- *décroissante* sur A si pour tout x,y dans A : $x \leq y \Rightarrow f(x) \geq f(y)$;
- *strictement croissante* sur A si

Croissance et décroissance

Définition

Soit f une fonction réelle et $A \subset \operatorname{dom} f$. Cette fonction est

- *croissante* sur A si pour tout x,y dans A : $x \leq y \Rightarrow f(x) \leq f(y)$;
- *décroissante* sur A si pour tout x,y dans A : $x \leq y \Rightarrow f(x) \geq f(y)$;
- *strictement croissante* sur A si pour tout x,y dans A : $x < y \Rightarrow f(x) < f(y)$;

Croissance et décroissance

Définition

Soit f une fonction réelle et $A \subset \operatorname{dom} f$. Cette fonction est

- *croissante* sur A si pour tout x,y dans A : $x \leq y \Rightarrow f(x) \leq f(y)$;
- *décroissante* sur A si pour tout x,y dans A : $x \leq y \Rightarrow f(x) \geq f(y)$;
- *strictement croissante* sur A si pour tout x,y dans A : $x < y \Rightarrow f(x) < f(y)$;
- *strictement décroissante* sur A si

Croissance et décroissance

Définition

Soit f une fonction réelle et $A \subset \operatorname{dom} f$. Cette fonction est

- *croissante sur A* si pour tout x, y dans A : $x \leq y \Rightarrow f(x) \leq f(y)$;
- *décroissante sur A* si pour tout x, y dans A : $x \leq y \Rightarrow f(x) \geq f(y)$;
- *strictement croissante sur A* si pour tout x, y dans A : $x < y \Rightarrow f(x) < f(y)$;
- *strictement décroissante* sur A si

Croissance et décroissance

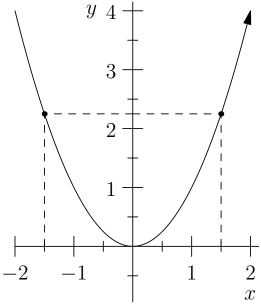
Définition

Soit f une fonction réelle et $A \subset \operatorname{dom} f$. Cette fonction est

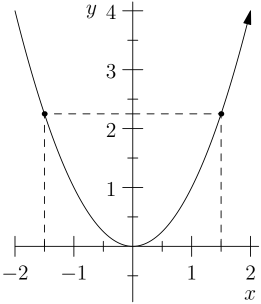
- *croissante* sur A si pour tout x,y dans A : $x \leq y \Rightarrow f(x) \leq f(y)$;
- *décroissante* sur A si pour tout x,y dans A : $x \leq y \Rightarrow f(x) \geq f(y)$;
- *strictement croissante* sur A si pour tout x,y dans A : $x < y \Rightarrow f(x) < f(y)$;
- *strictement décroissante* sur A si pour tout x,y dans A : $x < y \Rightarrow f(x) > f(y)$.

$x \mapsto x^2$ est décroissante sur $\mathbb{R}^-$ et croissante sur $\mathbb{R}^+$:

$x \mapsto x^2$ est décroissante sur $\mathbb{R}^-$ et croissante sur $\mathbb{R}^+$:

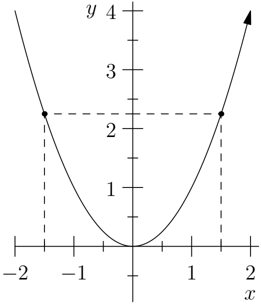


$x \mapsto x^2$ est décroissante sur $\mathbb{R}^-$ et croissante sur $\mathbb{R}^+$:



Sur $\mathbb{R}$, elle n'est ni croissante ni décroissante

$x \mapsto x^2$ est décroissante sur $\mathbb{R}^-$ et croissante sur $\mathbb{R}^+$:



Sur $\mathbb{R}$, elle n'est ni croissante ni décroissante ; on dit qu'elle n'est pas monotone.

Contenu de la section

1. Fonctions
   - Propriétés des fonctions
   - Classes de fonctions particulières
   - Les fonctions exponentielles et logarithmes

Exponentielles

Définition

Les fonction exponentielles sont les fonctions du type

Exponentielles

Définition

Les fonction exponentielles sont les fonctions du type

$$f : \mathbb{R} \to \mathbb{R} : x \mapsto a^x$$

Exponentielles

Définition

Les fonction exponentielles sont les fonctions du type

$$f : \mathbb{R} \to \mathbb{R} : x \mapsto a^x$$

pour un certain réel positif $a > 0$, appelé la *base* de l'exponentielle.

Exponentielles

Définition

Les fonction exponentielles sont les fonctions du type

$$f : \mathbb{R} \to \mathbb{R} : x \mapsto a^x$$

pour un certain réel positif $a > 0$, appelé la *base* de l'exponentielle.

Définition

La fonction exponentielle

Exponentielles

Définition

Les fonction exponentielles sont les fonctions du type

$$f : \mathbb{R} \to \mathbb{R} : x \mapsto a^x$$

pour un certain réel positif $a > 0$, appelé la *base* de l'exponentielle.

Définition

La fonction exponentielle, c'est la fonction exponentielle dont la base est $a = \mathrm{e}$, où $\mathrm{e} \simeq 2.7182818\ldots$ est une constante appelée… « le nombre e. »

Exponentielles

Définition

Les fonction exponentielles sont les fonctions du type

$$f : \mathbb{R} \to \mathbb{R} : x \mapsto a^x$$

pour un certain réel positif $a > 0$, appelé la *base* de l'exponentielle.

Définition

La fonction exponentielle, c'est la fonction exponentielle dont la base est $a = \mathrm{e}$, où $\mathrm{e} \simeq 2.7182818\ldots$ est une constante appelée… « le nombre e. »

Remarque

- Domaine $= \mathbb{R}$ Image $= \mathbb{R}_0^+ =]0,\infty[$.

Exponentielles

Définition

Les fonction exponentielles sont les fonctions du type

$$f : \mathbb{R} \to \mathbb{R} : x \mapsto a^x$$

pour un certain réel positif $a > 0$, appelé la *base* de l'exponentielle.

Définition

La fonction exponentielle, c'est la fonction exponentielle dont la base est $a = \mathrm{e}$, où $\mathrm{e} \simeq 2.7182818\ldots$ est une constante appelée… « le nombre e. »

Remarque

- Domaine = $\mathbb{R}$ Image = $\mathbb{R}_0^+ =]0,\infty[$.
- Si $a > 1$, l'exponentielle est croissante !

Exponentielles

Définition

Les fonction exponentielles sont les fonctions du type

$$f : \mathbb{R} \to \mathbb{R} : x \mapsto a^x$$

pour un certain réel positif $a > 0$, appelé la *base* de l'exponentielle.

Définition

La fonction exponentielle, c'est la fonction exponentielle dont la base est $a = \mathrm{e}$, où $\mathrm{e} \simeq 2.7182818\ldots$ est une constante appelée… « le nombre e. »

Remarque

- Domaine $= \mathbb{R}$ Image $= \mathbb{R}_0^+ =]0,\infty[$.
- Si $a > 1$, l'exponentielle est croissante !
- Si $0 < a < 1$, l'exponentielle est décroissante !

Quelle est l'utilité de la fonction exponentielle?

La fonction exponentielle sert à décrire des phénomènes physiques et/ou biologiques où rentre en jeu une quantité dont les variations sont proportionnelles à la valeur de la quantité en tout instant.

Quelle est l'utilité de la fonction exponentielle?

La fonction exponentielle sert à décrire des phénomènes physiques et/ou biologiques où rentre en jeu une quantité dont les variations sont proportionnelles à la valeur de la quantité en tout instant.

Exemple

On injecte à un lapin, par voie intramusculaire, une substance qui n'est pas naturellement présente dans son organisme.

Quelle est l'utilité de la fonction exponentielle?

La fonction exponentielle sert à décrire des phénomènes physiques et/ou biologiques où rentre en jeu une quantité dont les variations sont proportionnelles à la valeur de la quantité en tout instant.

Exemple

On injecte à un lapin, par voie intramusculaire, une substance qui n'est pas naturellement présente dans son organisme. On note $Q(t)$ la quantité au temps t.

Quelle est l'utilité de la fonction exponentielle?

La fonction exponentielle sert à décrire des phénomènes physiques et/ou biologiques où rentre en jeu une quantité dont les variations sont proportionnelles à la valeur de la quantité en tout instant.

Exemple

On injecte à un lapin, par voie intramusculaire, une substance qui n'est pas naturellement présente dans son organisme. On note $Q(t)$ la quantité au temps t.
La substance et dégradée proportionnellement à sa concentration:

Quelle est l'utilité de la fonction exponentielle?

La fonction exponentielle sert à décrire des phénomènes physiques et/ou biologiques où rentre en jeu une quantité dont les variations sont proportionnelles à la valeur de la quantité en tout instant.

Exemple

On injecte à un lapin, par voie intramusculaire, une substance qui n'est pas naturellement présente dans son organisme. On note $Q(t)$ la quantité au temps t.
La substance et dégradée proportionnellement à sa concentration: pendant un laps de temps Δt, la quantité de substance dégradée est

Quelle est l'utilité de la fonction exponentielle?

La fonction exponentielle sert à décrire des phénomènes physiques et/ou biologiques où rentre en jeu une quantité dont les variations sont proportionnelles à la valeur de la quantité en tout instant.

Exemple

On injecte à un lapin, par voie intramusculaire, une substance qui n'est pas naturellement présente dans son organisme. On note $Q(t)$ la quantité au temps t.
La substance et dégradée proportionnellement à sa concentration: pendant un laps de temps Δt, la quantité de substance dégradée est

$$\Delta Q = -K\Delta t \cdot Q$$

où $K > 0$ est un paramètre.

Quelle est l'utilité de la fonction exponentielle?

La fonction exponentielle sert à décrire des phénomènes physiques et/ou biologiques où rentre en jeu une quantité dont les variations sont proportionnelles à la valeur de la quantité en tout instant.

Exemple

On injecte à un lapin, par voie intramusculaire, une substance qui n'est pas naturellement présente dans son organisme. On note $Q(t)$ la quantité au temps t.

La substance et dégradée proportionnellement à sa concentration: pendant un laps de temps Δt, la quantité de substance dégradée est

$$\Delta Q = -K\Delta t \cdot Q$$

où $K > 0$ est un paramètre. L'évolution de Q se décrit par exemple par:

Quelle est l'utilité de la fonction exponentielle?

La fonction exponentielle sert à décrire des phénomènes physiques et/ou biologiques où rentre en jeu une quantité dont les variations sont proportionnelles à la valeur de la quantité en tout instant.

Exemple

On injecte à un lapin, par voie intramusculaire, une substance qui n'est pas naturellement présente dans son organisme. On note $Q(t)$ la quantité au temps t.
La substance et dégradée proportionnellement à sa concentration: pendant un laps de temps Δt, la quantité de substance dégradée est

$$\Delta Q = -K\Delta t \cdot Q$$

où $K > 0$ est un paramètre. L'évolution de Q se décrit par exemple par:

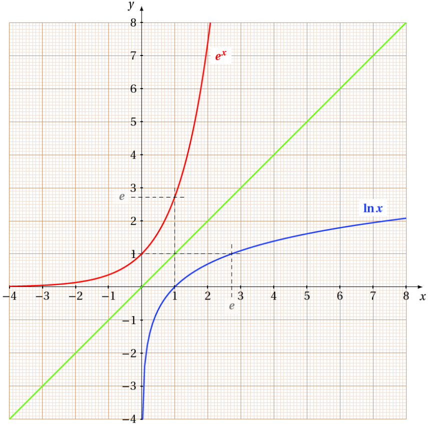
$$Q(t) = Q_0 e^{-Kt}.$$

Graphe

La ligne rouge est la ligne intéressante pour l'instant :

Graphe

La ligne rouge est la ligne intéressante pour l'instant :



Logarithme

Question

Quel est le nombre x tel que $100000000 = 10^x$?

Logarithme

Question

Quel est le nombre x tel que $100000000 = 10^x$?

Définition

Le logarithme de y en base a est l'unique nombre x tel que $a^x = y$! On le note $\log_a(y)$.

Logarithme

Question

Quel est le nombre x tel que $100000000 = 10^x$?

Définition

Le logarithme de y en base a est l'unique nombre x tel que $a^x = y$! On le note $\log_a(y)$.

$$\log_a(y) = x \iff a^x = y$$

Logarithme

Question

Quel est le nombre x tel que $100000000 = 10^x$?

Définition

Le logarithme de y en base a est l'unique nombre x tel que $a^x = y$! On le note $\log_a(y)$.

$$\log_a(y) = x \iff a^x = y$$

Remarque

En d'autres termes, le logarithme de y en base a est l'antécédent de y pour la fonction $x \mapsto a^x$

Logarithme

Question

Quel est le nombre x tel que $100000000 = 10^x$?

Définition

Le logarithme de y en base a est l'unique nombre x tel que $a^x = y$! On le note $\log_a(y)$.

$$\log_a(y) = x \iff a^x = y$$

Remarque

En d'autres termes, le logarithme de y en base a est l'antécédent de y pour la fonction $x \mapsto a^x$

Le logarithme de base e est juste noté ln. En particulier:

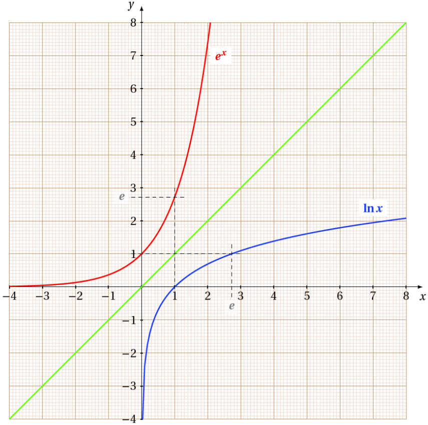
$$e^0 = 1 \iff \ln(1) = 0.$$

Graphe

Revenons aux graphes :

Graphe

Revenons aux graphes :



Les fonctions logarithmes sont définies sur le domaine $\mathbb{R}_0^+$ et ont pour ensemble image $\mathbb{R}$.

Les fonctions logarithmes sont définies sur le domaine $\mathbb{R}_0^+$ et ont pour ensemble image $\mathbb{R}$.
Il y a quelques fonctions logarithmes fort utilisées :

Les fonctions logarithmes sont définies sur le domaine $\mathbb{R}_0^+$ et ont pour ensemble image $\mathbb{R}$.

Il y a quelques fonctions logarithmes fort utilisées :

- le logarithme décimal, en base 10, souvent noté simplement log,

Les fonctions logarithmes sont définies sur le domaine $\mathbb{R}_0^+$ et ont pour ensemble image $\mathbb{R}$.

Il y a quelques fonctions logarithmes fort utilisées :

- le logarithme décimal, en base 10, souvent noté simplement log,
- le logarithme en base e, souvent noté ln, et

Les fonctions logarithmes sont définies sur le domaine $\mathbb{R}_0^+$ et ont pour ensemble image $\mathbb{R}$.

Il y a quelques fonctions logarithmes fort utilisées :

- le logarithme décimal, en base 10, souvent noté simplement log,
- le logarithme en base e, souvent noté ln, et
- le logarithme en base 2, noté $\log_2$.

Identités importantes

Résultat

Pour $a,b > 0$ *et* $x,y \in \mathbb{R}$.

- $\exp(\ln a) = a$ *et* $\ln(\exp x) = x$,

Identités importantes

Résultat

Pour $a,b > 0$ *et* $x,y \in \mathbb{R}$.

- $\exp(\ln a) = a$ *et* $\ln(\exp x) = x$,
- $\exp(0) = 1$ *et* $\ln 1 = 0$,

Identités importantes

Résultat

Pour $a, b > 0$ *et* $x, y \in \mathbb{R}$.

- $\exp(\ln a) = a$ *et* $\ln(\exp x) = x$,
- $\exp(0) = 1$ *et* $\ln 1 = 0$,
- $\exp(x + y) = \exp x \exp y$

Identités importantes

Résultat

Pour $a,b > 0$ *et* $x,y \in \mathbb{R}$.

- $\exp(\ln a) = a$ *et* $\ln(\exp x) = x$,
- $\exp(0) = 1$ *et* $\ln 1 = 0$,
- $\exp(x+y) = \exp x \exp y$ *et* $\ln(ab) = \ln(a) + \ln(b)$,

Identités importantes

Résultat

Pour $a,b > 0$ *et* $x,y \in \mathbb{R}$.

- $\exp(\ln a) = a$ *et* $\ln(\exp x) = x$,
- $\exp(0) = 1$ *et* $\ln 1 = 0$,
- $\exp(x + y) = \exp x \exp y$ *et* $\ln(ab) = \ln(a) + \ln(b)$,
- $\ln(a^x) = x \ln a$

Identités importantes

Résultat

Pour $a,b > 0$ *et* $x,y \in \mathbb{R}$.

- $\exp(\ln a) = a$ *et* $\ln(\exp x) = x$,
- $\exp(0) = 1$ *et* $\ln 1 = 0$,
- $\exp(x+y) = \exp x \exp y$ *et* $\ln(ab) = \ln(a) + \ln(b)$,
- $\ln(a^x) = x \ln a$
- $\log_a(b) = \frac{\ln(b)}{\ln(a)}$.