Le produit vectoriel

Définition

Soient $\overrightarrow{a}, \overrightarrow{b} \in \mathbb{R}^3$ deux **vecteurs**. On définit leur *produit vectoriel* comme le vecteur dont les composantes sont les suivantes:

$$\overrightarrow{a} \times \overrightarrow{b} := \begin{pmatrix} a_2 b_3 - a_3 b_2 \\ a_3 b_1 - a_1 b_3 \\ a_1 b_2 - a_2 b_1 \end{pmatrix}$$

Le produit vectoriel

Définition

Soient $\overrightarrow{a}, \overrightarrow{b} \in \mathbb{R}^3$ deux **vecteurs**. On définit leur *produit vectoriel* comme le vecteur dont les composantes sont les suivantes:

$$\overrightarrow{a} \times \overrightarrow{b} := \begin{pmatrix} a_2 b_3 - a_3 b_2 \\ a_3 b_1 - a_1 b_3 \\ a_1 b_2 - a_2 b_1 \end{pmatrix}$$

En particulier, $\overrightarrow{a} \times \overrightarrow{b}$ est encore un vecteur. (D'où le nom produit « vectoriel »).

Le produit vectoriel

Définition

Soient $\overrightarrow{a}, \overrightarrow{b} \in \mathbb{R}^3$ deux **vecteurs**. On définit leur *produit vectoriel* comme le vecteur dont les composantes sont les suivantes:

$$\overrightarrow{a} \times \overrightarrow{b} := \begin{pmatrix} a_2 b_3 - a_3 b_2 \\ a_3 b_1 - a_1 b_3 \\ a_1 b_2 - a_2 b_1 \end{pmatrix}$$

En particulier, $\overrightarrow{a} \times \overrightarrow{b}$ est encore un vecteur. (D'où le nom produit « vectoriel »).

Le produit vectoriel

Définition

Soient $\overrightarrow{a}, \overrightarrow{b} \in \mathbb{R}^3$ deux **vecteurs.** On définit leur *produit vectoriel* comme le vecteur dont les composantes sont les suivantes:

$$\overrightarrow{a} \times \overrightarrow{b} := \begin{pmatrix} a_2 b_3 - a_3 b_2 \\ a_3 b_1 - a_1 b_3 \\ a_1 b_2 - a_2 b_1 \end{pmatrix}$$

En particulier, $\overrightarrow{a} \times \overrightarrow{b}$ est encore un vecteur. (D'où le nom produit « vectoriel »).

Le produit vectoriel est donc une application

$$\cdot \times \cdot : \mathbb{R}^3 \times \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3 : (\overrightarrow{a}, \overrightarrow{b}) \mapsto \overrightarrow{a} \times \overrightarrow{b}.$$

Le produit vectoriel

Définition

Soient $\overrightarrow{a}, \overrightarrow{b} \in \mathbb{R}^3$ deux **vecteurs**. On définit leur *produit vectoriel* comme le vecteur dont les composantes sont les suivantes:

$$\overrightarrow{a} \times \overrightarrow{b} := \begin{pmatrix} a_2 b_3 - a_3 b_2 \\ a_3 b_1 - a_1 b_3 \\ a_1 b_2 - a_2 b_1 \end{pmatrix}$$

En particulier, $\overrightarrow{a} \times \overrightarrow{b}$ est encore un vecteur. (D'où le nom produit « vectoriel »).

Le produit vectoriel est donc une application

$$\cdot \times \cdot : \mathbb{R}^3 \times \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3 : (\overrightarrow{a}, \overrightarrow{b}) \mapsto \overrightarrow{a} \times \overrightarrow{b}.$$

Remarque

Le produit vectoriel est parfois noté $\overrightarrow{a} \wedge \overrightarrow{b}$ au lieu de $\overrightarrow{a} \times \overrightarrow{b}$.

Le produit vectoriel

Définition

Soient $\overrightarrow{a}, \overrightarrow{b} \in \mathbb{R}^3$ deux **vecteurs.** On définit leur *produit vectoriel* comme le vecteur dont les composantes sont les suivantes:

$$\overrightarrow{a} \times \overrightarrow{b} := \begin{pmatrix} a_2 b_3 - a_3 b_2 \\ a_3 b_1 - a_1 b_3 \\ a_1 b_2 - a_2 b_1 \end{pmatrix}$$

En particulier, $\overrightarrow{a} \times \overrightarrow{b}$ est encore un vecteur. (D'où le nom produit « vectoriel »).

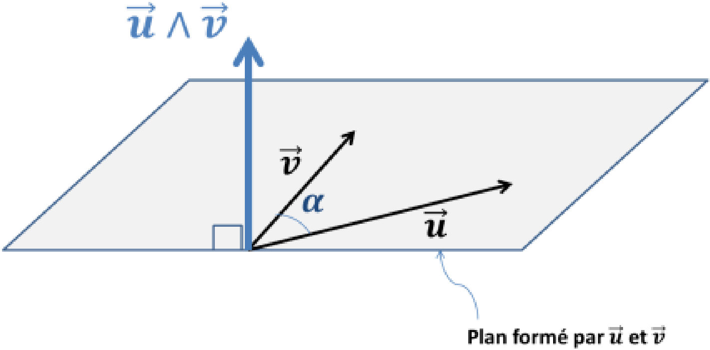
Le produit vectoriel est donc une application

$$\cdot \times \cdot : \mathbb{R}^3 \times \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3 : (\overrightarrow{a}, \overrightarrow{b}) \mapsto \overrightarrow{a} \times \overrightarrow{b}.$$

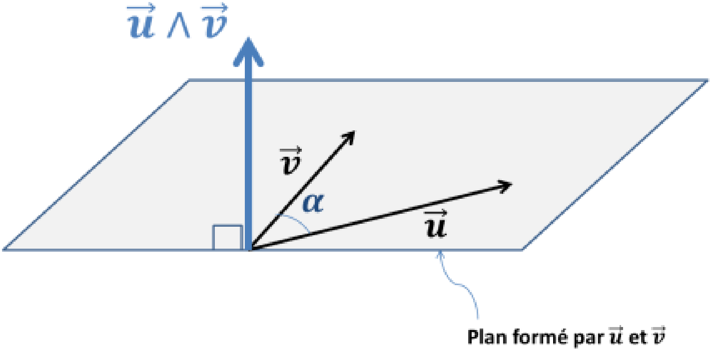
Remarque

Le produit vectoriel est parfois noté $\overrightarrow{a} \wedge \overrightarrow{b}$ au lieu de $\overrightarrow{a} \times \overrightarrow{b}$. Il n'est bien défini que pour des vecteurs de $\mathbb{R}^3$.

Interprétation graphique

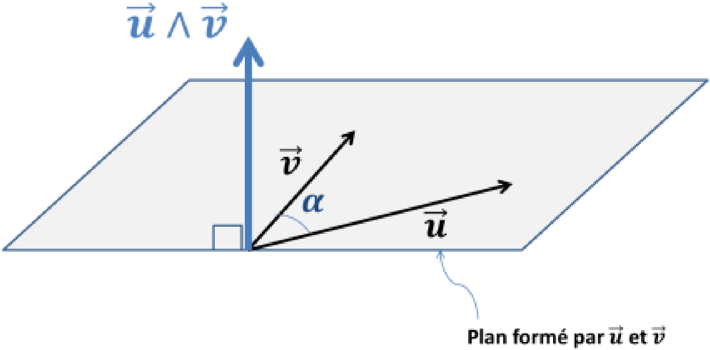


Interprétation graphique



Le produit vectoriel de $\overrightarrow{u}$ et $\overrightarrow{v}$ est un vecteur orthogonal au plan formé par $\overrightarrow{u}$ et $\overrightarrow{v}$.

Interprétation graphique



Le produit vectoriel de $\vec{u}$ et $\vec{v}$ est un vecteur orthogonal au plan formé par $\vec{u}$ et $\vec{v}$. Sa norme:

$$\left\|\vec{a} \times \vec{b}\right\| = \left\|\vec{a}\right\| \left\|\vec{b}\right\| \sin\alpha$$

est égale à l'aire du parallélogramme formé par $\vec{u}$ et $\vec{v}$.

Produit vectoriel et vecteur colinéaires de $\mathbb{R}^3$

Définition

On dit que deux vecteurs $\overrightarrow{v}$ et $\overrightarrow{w}$ **non nuls** de $\mathbb{R}^3$ sont colinéaires si il existe $\lambda \in \mathbb{R}$ tel que

$$\overrightarrow{v} = \lambda \overrightarrow{w}.$$

Produit vectoriel et vecteur colinéaires de $\mathbb{R}^3$

Définition

On dit que deux vecteurs $\overrightarrow{v}$ et $\overrightarrow{w}$ **non nuls** de $\mathbb{R}^3$ sont colinéaires si il existe $\lambda \in \mathbb{R}$ tel que

$$\overrightarrow{v} = \lambda \overrightarrow{w}.$$

Une convention: le vecteur nul est colinéaire à tout vecteur.

Produit vectoriel et vecteur colinéaires de $\mathbb{R}^3$

Définition

On dit que deux vecteurs $\vec{v}$ et $\vec{w}$ **non nuls** de $\mathbb{R}^3$ sont colinéaires si il existe $\lambda \in \mathbb{R}$ tel que

$$\vec{v} = \lambda \vec{w}.$$

Une convention: le vecteur nul est colinéaire à tout vecteur.

L'intérêt du produit vectoriel est de détecter les vecteurs colinéaires:

Résultat

Soient $\vec{v}$ et $\vec{w}$ des vecteurs de $\mathbb{R}^3$. Alors $\vec{v}$ et $\vec{w}$ sont colinéaires si et seulement si $\vec{v} \times \vec{w} = 0$.

Produit vectoriel et vecteur colinéaires de $\mathbb{R}^3$

Définition

On dit que deux vecteurs $\overrightarrow{v}$ et $\overrightarrow{w}$ **non nuls** de $\mathbb{R}^3$ sont colinéaires si il existe $\lambda \in \mathbb{R}$ tel que

$$\overrightarrow{v} = \lambda \overrightarrow{w}.$$

Une convention: le vecteur nul est colinéaire à tout vecteur.

L'intérêt du produit vectoriel est de détecter les vecteurs colinéaires:

Résultat

Soient $\overrightarrow{v}$ et $\overrightarrow{w}$ des vecteurs de $\mathbb{R}^3$. Alors $\overrightarrow{v}$ et $\overrightarrow{w}$ sont colinéaires si et seulement si $\overrightarrow{v} \times \overrightarrow{w} = 0$.

Démonstration.

On utilise: $\|\overrightarrow{v} \times \overrightarrow{w}\| = \|\overrightarrow{v}\|\|\overrightarrow{w}\| \sin\theta$, où θ est l'angle entre $\overrightarrow{v}$ et $\overrightarrow{w}$.

Produit vectoriel et vecteur colinéaires de $\mathbb{R}^3$

Définition

On dit que deux vecteurs $\overrightarrow{v}$ et $\overrightarrow{w}$ **non nuls** de $\mathbb{R}^3$ sont colinéaires si il existe $\lambda \in \mathbb{R}$ tel que

$$\overrightarrow{v} = \lambda \overrightarrow{w}.$$

Une convention: le vecteur nul est colinéaire à tout vecteur.

L'intérêt du produit vectoriel est de détecter les vecteurs colinéaires:

Résultat

Soient $\overrightarrow{v}$ et $\overrightarrow{w}$ des vecteurs de $\mathbb{R}^3$. Alors $\overrightarrow{v}$ et $\overrightarrow{w}$ sont colinéaires si et seulement si $\overrightarrow{v} \times \overrightarrow{w} = 0$.

Démonstration.

On utilise: $\|\overrightarrow{v} \times \overrightarrow{w}\| = \|\overrightarrow{v}\| \|\overrightarrow{w}\| \sin \theta$, où θ est l'angle entre $\overrightarrow{v}$ et $\overrightarrow{w}$. Mais $\overrightarrow{v}$ et $\overrightarrow{w}$ sont collinéaires si et seulement si $\theta = 0$ ou $\theta = \pi$, et pour ces valeurs $\sin(\theta) = 0$. $\square$

À quoi sert le produit vectoriel?

Le produit vectoriel mesure le moment d'une force qui s'exerce sur un solide.

À quoi sert le produit vectoriel?

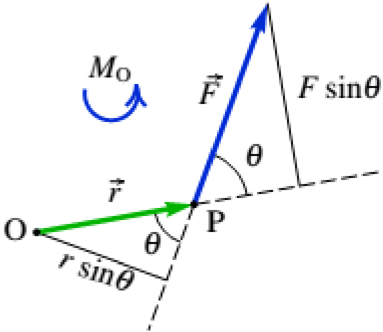
Le produit vectoriel mesure le moment d'une force qui s'exerce sur un solide.

Plus précisément: soit un objet qui pivote autour d'un point O et une force $\overrightarrow{F}$ s'exerçant sur le solide en un point P.

À quoi sert le produit vectoriel?

Le produit vectoriel mesure le moment d'une force qui s'exerce sur un solide.

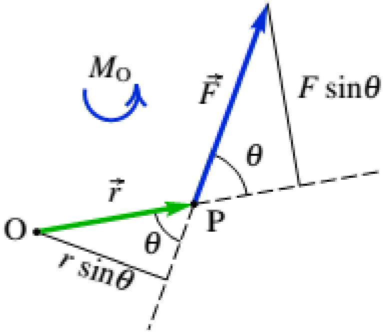
Plus précisément: soit un objet qui pivote autour d'un point O et une force $\overrightarrow{F}$ s'exerçant sur le solide en un point P.



À quoi sert le produit vectoriel?

Le produit vectoriel mesure le moment d'une force qui s'exerce sur un solide.

Plus précisément: soit un objet qui pivote autour d'un point O et une force $\overrightarrow{F}$ s'exerçant sur le solide en un point P.

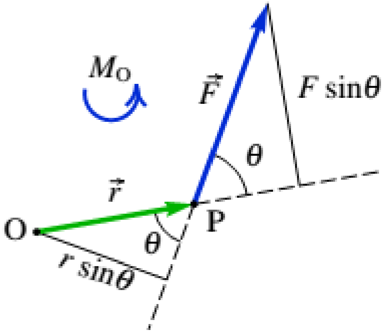


Le moment cinétique de $\overrightarrow{F}$ est donné par:

À quoi sert le produit vectoriel?

Le produit vectoriel mesure le moment d'une force qui s'exerce sur un solide.

Plus précisément: soit un objet qui pivote autour d'un point O et une force $\overrightarrow{F}$ s'exerçant sur le solide en un point P.

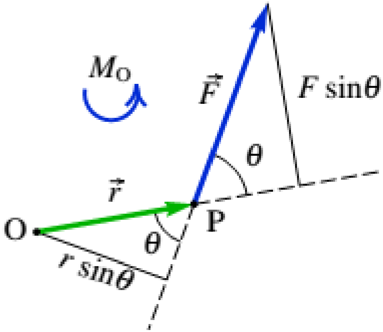


Le moment cinétique de $\overrightarrow{F}$ est donné par:

$$\overrightarrow{M} = \overrightarrow{OP} \times \overrightarrow{F}.$$

À quoi sert le produit vectoriel?

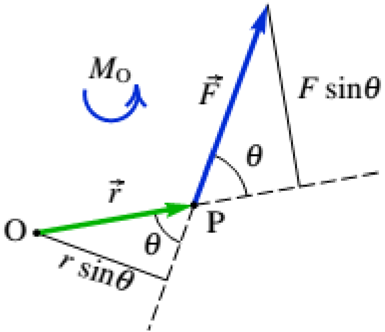
Le produit vectoriel mesure le moment d'une force qui s'exerce sur un solide.
Plus précisément: soit un objet qui pivote autour d'un point O et une force $\overrightarrow{F}$ s'exerçant sur le solide en un point P.



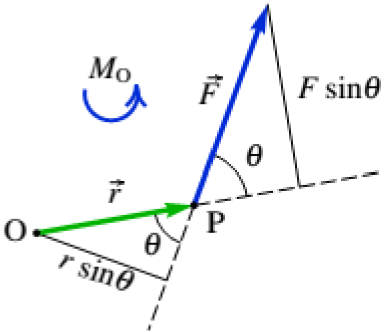
Le moment cinétique de $\overrightarrow{F}$ est donné par:

$$\overrightarrow{M} = \overrightarrow{OP} \times \overrightarrow{F}.$$

Il mesure la capacité de la force à mettre le solide en rotation autour de O.

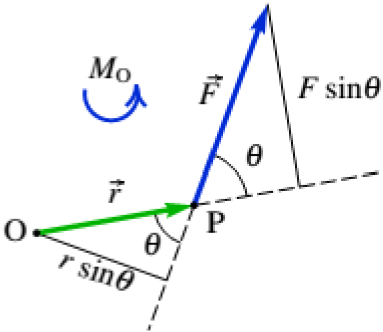


$$\overrightarrow{M} = \overrightarrow{OP} \times \overrightarrow{F}.$$



$$\overrightarrow{M} = \overrightarrow{OP} \times \overrightarrow{F}.$$

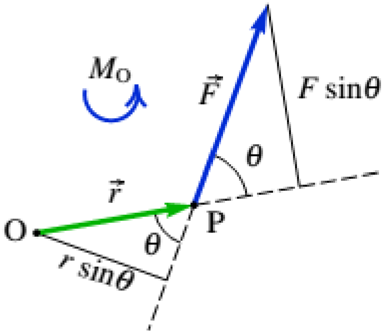
Plus la norme du moment est élevée, plus la force fait pivoter le solide autour du point O.



$$\overrightarrow{M} = \overrightarrow{OP} \times \overrightarrow{F}.$$

Plus la norme du moment est élevée, plus la force fait pivoter le solide autour du point O. Comme:

$$\|\overrightarrow{M}\| = OP \cdot \|\overrightarrow{F}\| \sin(\theta),$$



$$\overrightarrow{M} = \overrightarrow{OP} \times \overrightarrow{F}.$$

Plus la norme du moment est élevée, plus la force fait pivoter le solide autour du point O. Comme:

$$\|\overrightarrow{M}\| = OP \cdot \|\overrightarrow{F}\| \sin(\theta),$$

à intensité égale une force produit plus d'effets si elle est exercée loin du centre de rotation.

Contenu de la section

Définition

Une *équation* est une égalité faisant intervenir une ou plusieurs quantités inconnues.

Définition

Une *équation* est une égalité faisant intervenir une ou plusieurs quantités inconnues.
Résoudre une équation revient à déterminer l'ensemble des valeurs possibles pour la quantité inconnue de sorte que l'égalité soit vérifiée.
Ces valeurs sont les *solutions* de l'équation.

Définition

Une *équation* est une égalité faisant intervenir une ou plusieurs quantités inconnues.
Résoudre une équation revient à déterminer l'ensemble des valeurs possibles pour la quantité inconnue de sorte que l'égalité soit vérifiée.
Ces valeurs sont les *solutions* de l'équation.

Dans une de ses formes les plus simples, une équation fait intervenir une unique quantité inconnue : un nombre réel. La « quantité inconnue » (ou simplement « inconnue ») est souvent nommée x, mais ce nom n'a rien de magique.

Exemple

- L'équation $2x - 3 = 1$ a pour seule solution : $x = 2$.

Exemple

- L'équation $2x - 3 = 1$ a pour seule solution : $x = 2$.

Exemple

- L'équation $2x - 3 = 1$ a pour seule solution : $x = 2$.
- L'équation $t^2 - 1 = 0$ (dont l'inconnue est t) a pour solutions : $t = 1$ et $t = -1$. On peut écrire que l'ensemble des solutions est $S = \{-1,1\}$.

Exemple

- L'équation $2x - 3 = 1$ a pour seule solution : $x = 2$.
- L'équation $t^2 - 1 = 0$ (dont l'inconnue est t) a pour solutions : $t = 1$ et $t = -1$. On peut écrire que l'ensemble des solutions est $S = \{-1{,}1\}$.

Exemple

- L'équation $2x - 3 = 1$ a pour seule solution : $x = 2$.
- L'équation $t^2 - 1 = 0$ (dont l'inconnue est t) a pour solutions : $t = 1$ et $t = -1$. On peut écrire que l'ensemble des solutions est $S = \{-1{,}1\}$.
- L'équation $\sin(x) = 0$ a pour solution $x = 0$, mais il y en a d'autres.

Exemple

- L'équation $2x - 3 = 1$ a pour seule solution : $x = 2$.
- L'équation $t^2 - 1 = 0$ (dont l'inconnue est t) a pour solutions : $t = 1$ et $t = -1$. On peut écrire que l'ensemble des solutions est $S = \{-1{,}1\}$.
- L'équation $\sin(x) = 0$ a pour solution $x = 0$, mais il y en a d'autres.

Exemple

- L'équation $2x-3=1$ a pour seule solution : $x=2$.
- L'équation $t^2-1=0$ (dont l'inconnue est t) a pour solutions : $t=1$ et $t=-1$. On peut écrire que l'ensemble des solutions est $S=\{-1,1\}$.
- L'équation $\sin(x)=0$ a pour solution $x=0$, mais il y en a d'autres. Par exemple $x=\pi$.

Exemple

- L'équation $2x-3=1$ a pour seule solution : $x=2$.
- L'équation $t^2-1=0$ (dont l'inconnue est t) a pour solutions : $t=1$ et $t=-1$. On peut écrire que l'ensemble des solutions est $S=\{-1,1\}$.
- L'équation $\sin(x)=0$ a pour solution $x=0$, mais il y en a d'autres. Par exemple $x=\pi$. En fait, l'ensemble des solutions est formé de l'ensemble des multiples entiers de π. On peut noter $S=\{k\pi \text{ t.q. } k\in\mathbb{Z}\}$.

Exemple

- L'équation $2x-3=1$ a pour seule solution : $x=2$.
- L'équation $t^2-1=0$ (dont l'inconnue est t) a pour solutions : $t=1$ et $t=-1$. On peut écrire que l'ensemble des solutions est $S=\{-1,1\}$.
- L'équation $\sin(x)=0$ a pour solution $x=0$, mais il y en a d'autres. Par exemple $x=\pi$. En fait, l'ensemble des solutions est formé de l'ensemble des multiples entiers de π. On peut noter $S=\{k\pi \text{ t.q. } k\in\mathbb{Z}\}$.
- L'équation $x^2+1=0$ n'a pas de solution dans les nombres réels,

Exemple

- L'équation $2x - 3 = 1$ a pour seule solution : $x = 2$.
- L'équation $t^2 - 1 = 0$ (dont l'inconnue est t) a pour solutions : $t = 1$ et $t = -1$. On peut écrire que l'ensemble des solutions est $S = \{-1, 1\}$.
- L'équation $\sin(x) = 0$ a pour solution $x = 0$, mais il y en a d'autres. Par exemple $x = \pi$. En fait, l'ensemble des solutions est formé de l'ensemble des multiples entiers de π. On peut noter $S = \{k\pi \text{ t.q. } k \in \mathbb{Z}\}$.
- L'équation $x^2 + 1 = 0$ n'a pas de solution dans les nombres réels,

Exemple

- L'équation $2x-3=1$ a pour seule solution : $x=2$.
- L'équation $t^2-1=0$ (dont l'inconnue est t) a pour solutions : $t=1$ et $t=-1$. On peut écrire que l'ensemble des solutions est $S=\{-1,1\}$.
- L'équation $\sin(x)=0$ a pour solution $x=0$, mais il y en a d'autres. Par exemple $x=\pi$. En fait, l'ensemble des solutions est formé de l'ensemble des multiples entiers de π. On peut noter $S=\{k\pi \text{ t.q. } k\in\mathbb{Z}\}$.
- L'équation $x^2+1=0$ n'a pas de solution dans les nombres réels, car tout réel pris au carré est positif, donc x^2+1 ne peut jamais être égal à 0. L'ensemble des solutions est donc vide. On peut noter $S=\emptyset$.

Une équation peut faire intervenir plusieurs inconnues. Dans ce cas, *une* solution est la donnée d'une valeur pour chaque inconnue.

Une équation peut faire intervenir plusieurs inconnues. Dans ce cas, *une solution* est la donnée d'une valeur pour chaque inconnue.

Exemple

L'équation $x^2 + y^2 = 0$ (dont les inconnues sont x et y) a une solution : $x = y = 0$. Il n'y en a pas d'autres. On peut noter $S = \{(0,0)\}$.

Une équation peut faire intervenir plusieurs inconnues. Dans ce cas, *une* solution est la donnée d'une valeur pour chaque inconnue.

Exemple

L'équation $x^2 + y^2 = 0$ (dont les inconnues sont x et y) a une solution : $x = y = 0$. Il n'y en a pas d'autres. On peut noter $S = \{(0,0)\}$.

Dans l'exemple ci-dessus, il y avait une équation, deux inconnues, mais une seule solution.

Une équation peut faire intervenir plusieurs inconnues. Dans ce cas, *une* solution est la donnée d'une valeur pour chaque inconnue.

Exemple

L'équation $x^2 + y^2 = 0$ (dont les inconnues sont x et y) a une solution : $x = y = 0$. Il n'y en a pas d'autres. On peut noter $S = \{(0,0)\}$.

Dans l'exemple ci-dessus, il y avait une équation, deux inconnues, mais une seule solution. C'est rare. Généralement une seule équation avec deux ou plus inconnues possède une infinité de solutions.

Une équation peut faire intervenir plusieurs inconnues. Dans ce cas, *une* solution est la donnée d'une valeur pour chaque inconnue.

Exemple

L'équation $x^2 + y^2 = 0$ (dont les inconnues sont x et y) a une solution : $x = y = 0$. Il n'y en a pas d'autres. On peut noter $S = \{(0,0)\}$.

Dans l'exemple ci-dessus, il y avait une équation, deux inconnues, mais une seule solution. C'est rare. Généralement une seule équation avec deux ou plus inconnues possède une infinité de solutions.

Exemple

L'équation $x + y^2 = 0$ possède une infinité de solutions : pour chaque nombre réel r, les valeurs $y = r$ et $x = -r^2$ fournissent une solution. On peut noter $S = \left\{(-r^2,r) \text{ t.q. } r \in \mathbb{R}\right\}$.

Contenu de la section

Lorsqu'il y a plusieurs inconnues, il peut arriver qu'il y ait également plusieurs équations. On parle alors de *système d'équations*.

Lorsqu'il y a plusieurs inconnues, il peut arriver qu'il y ait également plusieurs équations. On parle alors de *système d'équations*.

Exemple

Considérons le système d'équations suivant, dont les inconnues sont (x,y) :

$$\begin{cases} x+y & = 1 \\ x-y & = 3 \end{cases}$$

Lorsqu'il y a plusieurs inconnues, il peut arriver qu'il y ait également plusieurs équations. On parle alors de *système d'équations*.

Exemple

Considérons le système d'équations suivant, dont les inconnues sont (x,y) :

$$\begin{cases} x+y & = 1 \\ x-y & = 3 \end{cases}$$

Les solutions sont $x = 2$ et $y = -1$. Il y a une unique solution.

Exemple

Considérons le système d'équations suivant, dont les inconnues sont (x,y) :

$$\begin{cases} x - y^2 & = 1 \\ x + y^2 & = 3 \end{cases}$$

Exemple

Considérons le système d'équations suivant, dont les inconnues sont (x,y) :

$$\begin{cases} x - y^2 & = 1 \\ x + y^2 & = 3 \end{cases}$$

En résolvant, on trouve $x = 2$ et $y^2 = 1$. Dès lors il y a deux possibilités :

Exemple

Considérons le système d'équations suivant, dont les inconnues sont (x,y) :

$$\begin{cases} x - y^2 & = 1 \\ x + y^2 & = 3 \end{cases}$$

En résolvant, on trouve $x = 2$ et $y^2 = 1$. Dès lors il y a deux possibilités :

- Soit $x = 2$ et $y = 1$,
- soit $x = 2$ et $y = -1$.

Il y a donc ici deux solutions:

Exemple

Considérons le système d'équations suivant, dont les inconnues sont (x,y) :

$$\begin{cases} x - y^2 & = 1 \\ x + y^2 & = 3 \end{cases}$$

En résolvant, on trouve $x = 2$ et $y^2 = 1$. Dès lors il y a deux possibilités :

- Soit $x = 2$ et $y = 1$,
- soit $x = 2$ et $y = -1$.

Il y a donc ici deux solutions: $(2,1)$ et $(2,-1)$.

Contenu de la section

- Équations et systèmes
- Systèmes d'équations
- Lien avec les équations cartésiennes
- Distances

Droites du plan

Équation cartésienne

Une droite de $\mathbb{R}^2$ passant par **p** dans la direction $\overrightarrow{v}$ est l'ensemble des points (x_1,x_2) vérifiant

$$(x_1 - p_1)v_2 = (x_2 - p_2)v_1$$

Droites du plan

Équation cartésienne

Une droite de $\mathbb{R}^2$ passant par $\mathbf{p}$ dans la direction $\overrightarrow{v}$ est l'ensemble des points (x_1,x_2) vérifiant

$$(x_1 - p_1)v_2 = (x_2 - p_2)v_1$$

ou encore

$$ax_1 + bx_2 + c = 0$$

pour $a = v_2, b = -v_1, c = p_2 v_1 - p_1 v_2$,

Droites du plan

Équation cartésienne

Une droite de $\mathbb{R}^2$ passant par $\mathbf{p}$ dans la direction $\overrightarrow{v}$ est l'ensemble des points (x_1,x_2) vérifiant

$$(x_1 - p_1)v_2 = (x_2 - p_2)v_1$$

ou encore

$$ax_1 + bx_2 + c = 0$$

pour $a = v_2, b = -v_1, c = p_2 v_1 - p_1 v_2$, c'est-à-dire

$$a(x_1 - p_1) + b(x_2 - p_2) = 0$$

pour $a = v_2, b = -v_1$.

Droites du plan

Équation cartésienne

Une droite de $\mathbb{R}^2$ passant par $\mathbf{p}$ dans la direction $\overrightarrow{v}$ est l'ensemble des points (x_1,x_2) vérifiant

$$(x_1 - p_1)v_2 = (x_2 - p_2)v_1$$

ou encore

$$ax_1 + bx_2 + c = 0$$

pour $a = v_2, b = -v_1, c = p_2v_1 - p_1v_2$, c'est-à-dire

$$a(x_1 - p_1) + b(x_2 - p_2) = 0$$

pour $a = v_2, b = -v_1$. On réécrit ça comme

$$\left\langle \overrightarrow{n}, \mathbf{x} - \mathbf{p} \right\rangle = 0$$

pour $\overrightarrow{n} = (a,b) = (v_2, -v_1)$.

Droites du plan

Équation cartésienne

Une droite de $\mathbb{R}^2$ passant par $\mathbf{p}$ dans la direction $\overrightarrow{v}$ est l'ensemble des points (x_1,x_2) vérifiant

$$(x_1 - p_1)v_2 = (x_2 - p_2)v_1$$

ou encore

$$ax_1 + bx_2 + c = 0$$

pour $a = v_2, b = -v_1, c = p_2 v_1 - p_1 v_2$, c'est-à-dire

$$a(x_1 - p_1) + b(x_2 - p_2) = 0$$

pour $a = v_2, b = -v_1$. On réécrit ça comme

$$\left\langle \overrightarrow{n}, \mathbf{x} - \mathbf{p} \right\rangle = 0$$

pour $\overrightarrow{n} = (a,b) = (v_2, -v_1)$.
En d'autres termes, $\overrightarrow{n}$ est un vecteur perpendiculaire (on dit « vecteur normal ») à la droite.

Droites du plan

Équation cartésienne

Une droite de $\mathbb{R}^2$ passant par $\mathbf{p}$ dans la direction $\overrightarrow{v}$ est l'ensemble des points (x_1,x_2) vérifiant

$$(x_1-p_1)v_2=(x_2-p_2)v_1$$

ou encore

$$ax_1+bx_2+c=0$$

pour $a=v_2, b=-v_1, c=p_2v_1-p_1v_2$, c'est-à-dire

$$a(x_1-p_1)+b(x_2-p_2)=0$$

pour $a=v_2, b=-v_1$. On réécrit ça comme

$$\left\langle \overrightarrow{n},\mathbf{x}-\mathbf{p}\right\rangle=0$$

pour $\overrightarrow{n}=(a,b)=(v_2,-v_1)$.

En d'autres termes, $\overrightarrow{n}$ est un vecteur perpendiculaire (on dit « vecteur normal ») à la droite. Ecrire $\left\langle \overrightarrow{n},\mathbf{x}-\mathbf{p}\right\rangle=0$ est une manière de retrouver l'équation de la droite!

Plans dans l'espace

Équation vectorielle

Soient $\overrightarrow{v}$ et $\overrightarrow{w}$ deux vecteurs **non-colinéaires** (ce qui signifie: $\overrightarrow{v} \times \overrightarrow{w} \neq 0$).

Plans dans l'espace

Équation vectorielle

Soient $\overrightarrow{v}$ et $\overrightarrow{w}$ deux vecteurs **non-colinéaires** (ce qui signifie: $\overrightarrow{v} \times \overrightarrow{w} \neq 0$). Un plan passant par le point $\mathbf{p}$ dans les directions des vecteurs $\overrightarrow{v}$ et $\overrightarrow{w}$ est l'ensemble des points $\mathbf{x}$ de la forme

$$\mathbf{x} = \mathbf{p} + t\overrightarrow{v} + s\overrightarrow{w}.$$

lorsque $s,t \in \mathbb{R}$. Les vecteurs $\overrightarrow{v}, \overrightarrow{w}$ sont les vecteurs directeurs du plan.

Plans dans l'espace

Équation vectorielle

Soient $\overrightarrow{v}$ et $\overrightarrow{w}$ deux vecteurs **non-colinéaires** (ce qui signifie: $\overrightarrow{v} \times \overrightarrow{w} \neq 0$). Un plan passant par le point **p** dans les directions des vecteurs $\overrightarrow{v}$ et $\overrightarrow{w}$ est l'ensemble des points **x** de la forme

$$\mathbf{x} = \mathbf{p} + t\overrightarrow{v} + s\overrightarrow{w}.$$

lorsque $s,t \in \mathbb{R}$. Les vecteurs $\overrightarrow{v}, \overrightarrow{w}$ sont les vecteurs directeurs du plan.

Équations paramétriques

Un plan est l'ensemble des points (x_1,x_2,x_3) de la forme

$$x_1 = p_1 + tv_1 + sw_1$$
$$x_2 = p_2 + tv_2 + sw_2$$
$$x_3 = p_3 + tv_3 + sw_3$$

pour certains réel s et t.

Équation cartésienne

Un plan consiste en les points (x_1, x_2, x_3) vérifiant

$$ax_1 + bx_2 + cx_3 + d = 0$$

pour certaines constantes a, b, c, d. De manière équivalente :

$$a(x_1 - p_1) + b(x_2 - p_2) + c(x_3 - p_3) = 0$$

où $\mathbf{p} = (p_1, p_2, p_3)$ est un point du plan.

Équation cartésienne

Un plan consiste en les points (x_1,x_2,x_3) vérifiant

$$ax_1 + bx_2 + cx_3 + d = 0$$

pour certaines constantes a,b,c,d. De manière équivalente :

$$a(x_1 - p_1) + b(x_2 - p_2) + c(x_3 - p_3) = 0$$

où $\mathbf{p} = (p_1,p_2,p_3)$ est un point du plan.

Équation cartésienne, version 2

Un plan passant par $\mathbf{p}$ est l'ensemble des points $\mathbf{x} = (x_1,x_2,x_3)$ vérifiant

$$\left\langle \mathbf{x} - \mathbf{p}, \overrightarrow{n} \right\rangle = 0$$

pour un certain vecteur $\overrightarrow{n} = (a,b,c)$: le vecteur normal (pour dire « perpendiculaire »).

Équation cartésienne

Un plan consiste en les points (x_1,x_2,x_3) vérifiant

$$ax_1 + bx_2 + cx_3 + d = 0$$

pour certaines constantes a,b,c,d. De manière équivalente :

$$a(x_1 - p_1) + b(x_2 - p_2) + c(x_3 - p_3) = 0$$

où $\mathbf{p} = (p_1,p_2,p_3)$ est un point du plan.

Équation cartésienne, version 2

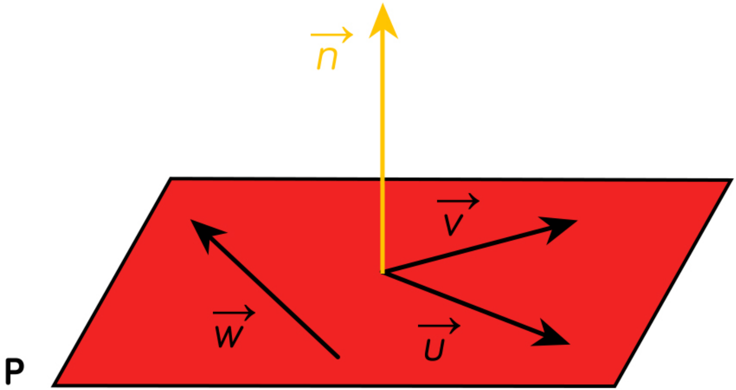
Un plan passant par $\mathbf{p}$ est l'ensemble des points $\mathbf{x} = (x_1,x_2,x_3)$ vérifiant

$$\left\langle \mathbf{x} - \mathbf{p}, \overrightarrow{n} \right\rangle = 0$$

pour un certain vecteur $\overrightarrow{n} = (a,b,c)$: le vecteur normal (pour dire « perpendiculaire »).

Résultat

Si $\overrightarrow{v} = (v_1,v_2,v_3)$ et $\overrightarrow{w}$ sont deux vecteurs directeurs, alors leur produit vectoriel est un vecteur normal.


$\overrightarrow{n}$
$\overrightarrow{v}$
$\overrightarrow{w}$
$\overrightarrow{u}$
P

Un exercice d'application

Question

Quelle est l'équation du plan (P) de $\mathbb{R}^3$ passant par $a = (1,4,2)$ et perpendiculaire à la droite passant par les points $b = (1,2,-1)$ et $c = (1,1,1)$?

Un exercice d'application

Question

Quelle est l'équation du plan (P) de $\mathbb{R}^3$ passant par $a = (1,4,2)$ et perpendiculaire à la droite passant par les points $b = (1,2,-1)$ et $c = (1,1,1)$?

Réponse

Étape 1: on calcule un vecteur directeur de la droite (bc), qui sera donc un vecteur normal au plan.

Un exercice d'application

Question

Quelle est l'équation du plan (P) de $\mathbb{R}^3$ passant par $a=(1,4,2)$ et perpendiculaire à la droite passant par les points $b=(1,2,-1)$ et $c=(1,1,1)$?

Réponse

Étape 1: on calcule un vecteur directeur de la droite (bc), qui sera donc un vecteur normal au plan. Par exemple le vecteur $\overrightarrow{bc}$:

$$\overrightarrow{bc} = \mathbf{c}-\mathbf{b} = (0,-1,2).$$

Un exercice d'application

Question

Quelle est l'équation du plan (P) de $\mathbb{R}^3$ passant par $a=(1,4,2)$ et perpendiculaire à la droite passant par les points $b=(1,2,-1)$ et $c=(1,1,1)$?

Réponse

Étape 1: on calcule un vecteur directeur de la droite (bc), qui sera donc un vecteur normal au plan. Par exemple le vecteur $\overrightarrow{bc}$:

$$\overrightarrow{bc} = \mathbf{c}-\mathbf{b} = (0,-1,2).$$

Étape 2: Un point $\mathbf{p}=(x,y,z)$ appartient au plan (P) si et seulement si $\overrightarrow{ap}$ est orthogonal au vecteur $\overrightarrow{bc}$:

Un exercice d'application

Question

Quelle est l'équation du plan (P) de $\mathbb{R}^3$ passant par $a=(1,4,2)$ et perpendiculaire à la droite passant par les points $b=(1,2,-1)$ et $c=(1,1,1)$?

Réponse

Étape 1: on calcule un vecteur directeur de la droite (bc), qui sera donc un vecteur normal au plan. Par exemple le vecteur $\overrightarrow{bc}$:

$$\overrightarrow{bc}=\mathbf{c}-\mathbf{b}=(0,-1,2).$$

Étape 2: Un point $\mathbf{p}=(x,y,z)$ appartient au plan (P) si et seulement si $\overrightarrow{ap}$ est orthogonal au vecteur $\overrightarrow{bc}$: c'est-à-dire si et seulement si

$$\langle (x-1,y-4,z-2),(0,-1,2)\rangle = 0.$$

Un exercice d'application

Question

Quelle est l'équation du plan (P) de $\mathbb{R}^3$ passant par $a = (1,4,2)$ et perpendiculaire à la droite passant par les points $b = (1,2,-1)$ et $c = (1,1,1)$?

Réponse

Étape 1: on calcule un vecteur directeur de la droite (bc), qui sera donc un vecteur normal au plan. Par exemple le vecteur $\overrightarrow{bc}$:

$$\overrightarrow{bc} = \mathbf{c} - \mathbf{b} = (0,-1,2).$$

Étape 2: Un point $\mathbf{p} = (x,y,z)$ appartient au plan (P) si et seulement si $\overrightarrow{ap}$ est orthogonal au vecteur $\overrightarrow{bc}$: c'est-à-dire si et seulement si

$$\langle (x-1,y-4,z-2),(0,-1,2)\rangle = 0.$$

Ceci donne l'équation:

Un exercice d'application

Question

Quelle est l'équation du plan (P) de $\mathbb{R}^3$ passant par $a = (1,4,2)$ et perpendiculaire à la droite passant par les points $b = (1,2,-1)$ et $c = (1,1,1)$?

Réponse

Étape 1: on calcule un vecteur directeur de la droite (bc), qui sera donc un vecteur normal au plan. Par exemple le vecteur $\overrightarrow{bc}$:

$$\overrightarrow{bc} = \mathbf{c} - \mathbf{b} = (0,-1,2).$$

Étape 2: Un point $\mathbf{p} = (x,y,z)$ appartient au plan (P) si et seulement si $\overrightarrow{ap}$ est orthogonal au vecteur $\overrightarrow{bc}$: c'est-à-dire si et seulement si

$$\langle (x-1,y-4,z-2),(0,-1,2)\rangle = 0.$$

Ceci donne l'équation: $-y + 2z = 0$, soit:

Un exercice d'application

Question

Quelle est l'équation du plan (P) de $\mathbb{R}^3$ passant par $a = (1,4,2)$ et perpendiculaire à la droite passant par les points $b = (1,2,-1)$ et $c = (1,1,1)$?

Réponse

Étape 1: on calcule un vecteur directeur de la droite (bc), qui sera donc un vecteur normal au plan. Par exemple le vecteur $\overrightarrow{bc}$:

$$\overrightarrow{bc} = \mathbf{c} - \mathbf{b} = (0,-1,2).$$

Étape 2: Un point $\mathbf{p} = (x,y,z)$ appartient au plan (P) si et seulement si $\overrightarrow{ap}$ est orthogonal au vecteur $\overrightarrow{bc}$: c'est-à-dire si et seulement si

$$\langle (x-1,y-4,z-2),(0,-1,2)\rangle = 0.$$

Ceci donne l'équation: $-y + 2z = 0$, soit:

$$y = 2z.$$

Contenu de la section

Projection Orthogonale

Définition

La projection orthogonale d'un vecteur $\overrightarrow{v}$ sur un vecteur $\overrightarrow{w}$ est donnée par

Projection Orthogonale

Définition

La projection orthogonale d'un vecteur $\overrightarrow{v}$ sur un vecteur $\overrightarrow{w}$ est donnée par

$$\overrightarrow{p} = \frac{\left\langle \overrightarrow{v}, \overrightarrow{w} \right\rangle}{||w||^2} \overrightarrow{w}.$$

Projection Orthogonale

Définition

La projection orthogonale d'un vecteur $\overrightarrow{v}$ sur un vecteur $\overrightarrow{w}$ est donnée par

$$\overrightarrow{p} = \frac{\left\langle \overrightarrow{v}, \overrightarrow{w} \right\rangle}{||w||^2} \overrightarrow{w}.$$

La projection orthogonale de $\overrightarrow{v}$ sur $\overrightarrow{w}$ est

Projection Orthogonale

Définition

La projection orthogonale d'un vecteur $\overrightarrow{v}$ sur un vecteur $\overrightarrow{w}$ est donnée par

$$\overrightarrow{p} = \frac{\left\langle \overrightarrow{v}, \overrightarrow{w} \right\rangle}{\|w\|^2} \overrightarrow{w}.$$

La projection orthogonale de $\overrightarrow{v}$ sur $\overrightarrow{w}$ est l'unique vecteur $\overrightarrow{p}$ de la forme $\overrightarrow{p} = k\,\overrightarrow{w}$ tel que $\overrightarrow{v} - \overrightarrow{p}$ est orthogonal à $\overrightarrow{w}$.

Projection Orthogonale

Définition

La projection orthogonale d'un vecteur $\overrightarrow{v}$ sur un vecteur $\overrightarrow{w}$ est donnée par

$$\overrightarrow{p} = \frac{\left\langle \overrightarrow{v}, \overrightarrow{w} \right\rangle}{\|w\|^2} \overrightarrow{w}.$$

La projection orthogonale de $\overrightarrow{v}$ sur $\overrightarrow{w}$ est l'unique vecteur $\overrightarrow{p}$ de la forme $\overrightarrow{p} = k\overrightarrow{w}$ tel que $\overrightarrow{v} - \overrightarrow{p}$ est orthogonal à $\overrightarrow{w}$.

Preuve de la remarque.

Soit $\overrightarrow{p} = k\overrightarrow{w}$ pour un certain k.

Projection Orthogonale

Définition

La projection orthogonale d'un vecteur $\overrightarrow{v}$ sur un vecteur $\overrightarrow{w}$ est donnée par

$$\overrightarrow{p} = \frac{\left\langle \overrightarrow{v}, \overrightarrow{w} \right\rangle}{\|w\|^2} \overrightarrow{w}.$$

La projection orthogonale de $\overrightarrow{v}$ sur $\overrightarrow{w}$ est l'unique vecteur $\overrightarrow{p}$ de la forme $\overrightarrow{p} = k\,\overrightarrow{w}$ tel que $\overrightarrow{v} - \overrightarrow{p}$ est orthogonal à $\overrightarrow{w}$.

Preuve de la remarque.

Soit $\overrightarrow{p} = k\,\overrightarrow{w}$ pour un certain k.
On écrit que $\overrightarrow{v} - \overrightarrow{p}$ est orthogonal à $\overrightarrow{w}$ et la valeur de k en découle :

Projection Orthogonale

Définition

La projection orthogonale d'un vecteur $\overrightarrow{v}$ sur un vecteur $\overrightarrow{w}$ est donnée par

$$\overrightarrow{p} = \frac{\left\langle \overrightarrow{v}, \overrightarrow{w} \right\rangle}{\|w\|^2} \overrightarrow{w}.$$

La projection orthogonale de $\overrightarrow{v}$ sur $\overrightarrow{w}$ est l'unique vecteur $\overrightarrow{p}$ de la forme $\overrightarrow{p} = k\overrightarrow{w}$ tel que $\overrightarrow{v} - \overrightarrow{p}$ est orthogonal à $\overrightarrow{w}$.

Preuve de la remarque.

Soit $\overrightarrow{p} = k\overrightarrow{w}$ pour un certain k.
On écrit que $\overrightarrow{v} - \overrightarrow{p}$ est orthogonal à $\overrightarrow{w}$ et la valeur de k en découle :

$$\left\langle \overrightarrow{v} - \overrightarrow{p}, \overrightarrow{w} \right\rangle = 0 \iff$$

Projection Orthogonale

Définition

La projection orthogonale d'un vecteur $\overrightarrow{v}$ sur un vecteur $\overrightarrow{w}$ est donnée par

$$\overrightarrow{p} = \frac{\left\langle \overrightarrow{v}, \overrightarrow{w} \right\rangle}{\|w\|^2} \overrightarrow{w}.$$

La projection orthogonale de $\overrightarrow{v}$ sur $\overrightarrow{w}$ est l'unique vecteur $\overrightarrow{p}$ de la forme $\overrightarrow{p} = k\,\overrightarrow{w}$ tel que $\overrightarrow{v} - \overrightarrow{p}$ est orthogonal à $\overrightarrow{w}$.

Preuve de la remarque.

Soit $\overrightarrow{p} = k\,\overrightarrow{w}$ pour un certain k.
On écrit que $\overrightarrow{v} - \overrightarrow{p}$ est orthogonal à $\overrightarrow{w}$ et la valeur de k en découle :

$$\left\langle \overrightarrow{v} - \overrightarrow{p}, \overrightarrow{w} \right\rangle = 0 \iff \left\langle \overrightarrow{v}, \overrightarrow{w} \right\rangle =$$

Projection Orthogonale

Définition

La projection orthogonale d'un vecteur $\overrightarrow{v}$ sur un vecteur $\overrightarrow{w}$ est donnée par

$$\overrightarrow{p} = \frac{\langle \overrightarrow{v}, \overrightarrow{w} \rangle}{||w||^2} \overrightarrow{w}.$$

La projection orthogonale de $\overrightarrow{v}$ sur $\overrightarrow{w}$ est l'unique vecteur $\overrightarrow{p}$ de la forme $\overrightarrow{p} = k\,\overrightarrow{w}$ tel que $\overrightarrow{v} - \overrightarrow{p}$ est orthogonal à $\overrightarrow{w}$.

Preuve de la remarque.

Soit $\overrightarrow{p} = k\,\overrightarrow{w}$ pour un certain k.
On écrit que $\overrightarrow{v} - \overrightarrow{p}$ est orthogonal à $\overrightarrow{w}$ et la valeur de k en découle :

$$\langle \overrightarrow{v} - \overrightarrow{p}, \overrightarrow{w} \rangle = 0 \iff \langle \overrightarrow{v}, \overrightarrow{w} \rangle = \langle k\,\overrightarrow{w}, \overrightarrow{w} \rangle =$$

Projection Orthogonale

Définition

La projection orthogonale d'un vecteur $\overrightarrow{v}$ sur un vecteur $\overrightarrow{w}$ est donnée par

$$\overrightarrow{p} = \frac{\left\langle \overrightarrow{v}, \overrightarrow{w} \right\rangle}{\|w\|^2} \overrightarrow{w}.$$

La projection orthogonale de $\overrightarrow{v}$ sur $\overrightarrow{w}$ est l'unique vecteur $\overrightarrow{p}$ de la forme $\overrightarrow{p} = k\,\overrightarrow{w}$ tel que $\overrightarrow{v} - \overrightarrow{p}$ est orthogonal à $\overrightarrow{w}$.

Preuve de la remarque.

Soit $\overrightarrow{p} = k\,\overrightarrow{w}$ pour un certain k.
On écrit que $\overrightarrow{v} - \overrightarrow{p}$ est orthogonal à $\overrightarrow{w}$ et la valeur de k en découle :

$$\left\langle \overrightarrow{v} - \overrightarrow{p}, \overrightarrow{w} \right\rangle = 0 \iff \left\langle \overrightarrow{v}, \overrightarrow{w} \right\rangle = \left\langle k\,\overrightarrow{w}, \overrightarrow{w} \right\rangle = k \left\| \overrightarrow{w} \right\|^2$$

$\square$

Distances point-droite et point-plan

Nous savons que la distance entre deux points $\mathbf{p}$ et $\mathbf{q}$ dans $\mathbb{R}^n$ est la norme $||\mathbf{q}-\mathbf{p}||$. Notons $d(\mathbf{p},\mathbf{q})$ cette quantité.

Distances point-droite et point-plan

Nous savons que la distance entre deux points $\mathbf{p}$ et $\mathbf{q}$ dans $\mathbb{R}^n$ est la norme $||\mathbf{q}-\mathbf{p}||$. Notons $d(\mathbf{p},\mathbf{q})$ cette quantité.

Définition

Soit $\mathbf{p}$ un point de $\mathbb{R}^n$ et E un sous-ensemble de $\mathbb{R}^n$ (par exemple une droite de $\mathbb{R}^n$ ou un plan).

Distances point-droite et point-plan

Nous savons que la distance entre deux points $\mathbf{p}$ et $\mathbf{q}$ dans $\mathbb{R}^n$ est la norme $||\mathbf{q}-\mathbf{p}||$. Notons $d(\mathbf{p},\mathbf{q})$ cette quantité.

Définition

Soit $\mathbf{p}$ un point de $\mathbb{R}^n$ et E un sous-ensemble de $\mathbb{R}^n$ (par exemple une droite de $\mathbb{R}^n$ ou un plan). La *distance* entre le point $\mathbf{p}$ et E est

$$d(\mathbf{p},E) := \min\{d(\mathbf{p},\mathbf{q}) \text{ t.q. } \mathbf{q} \in E\}.$$

Distances point-droite et point-plan

Nous savons que la distance entre deux points **p** et **q** dans $\mathbb{R}^n$ est la norme $\|\mathbf{q}-\mathbf{p}\|$. Notons $d(\mathbf{p},\mathbf{q})$ cette quantité.

Définition

Soit **p** un point de $\mathbb{R}^n$ et E un sous-ensemble de $\mathbb{R}^n$ (par exemple une droite de $\mathbb{R}^n$ ou un plan). La *distance* entre le point **p** et E est

$$d(\mathbf{p},E) := \min\{d(\mathbf{p},\mathbf{q}) \text{ t.q. } \mathbf{q}\in E\}.$$

Autrement dit: on regarde tous les points q de E, on calcule leur distance à p, et on garde la plus petite de ces distances.

Distance point-droite

Résultat

La distance entre le point $\mathbf{p}$ *et la droite passant par* $\mathbf{q}$ *de vecteur directeur* $\overrightarrow{v}$ *est donnée par*

$$\|\mathbf{q}-\mathbf{p}\|^2 - \frac{\left(\left\langle(\mathbf{p}-\mathbf{q}),\overrightarrow{v}\right\rangle\right)^2}{\left\|\overrightarrow{v}\right\|^2}.$$

Distance point-droite

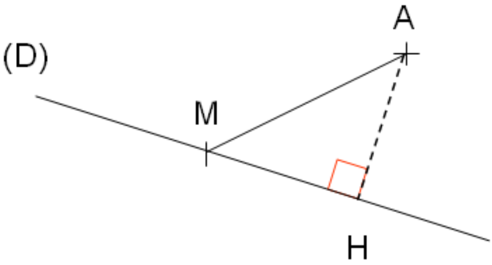
Résultat

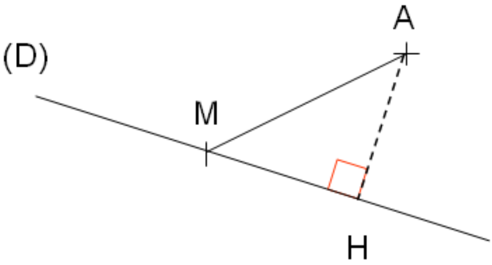
La distance entre le point $\mathbf{p}$ *et la droite passant par* $\mathbf{q}$ *de vecteur directeur* $\overrightarrow{v}$ *est donnée par*

$$\|\mathbf{q}-\mathbf{p}\|^2 - \frac{\left(\left\langle (\mathbf{p}-\mathbf{q}), \overrightarrow{v} \right\rangle\right)^2}{\left\|\overrightarrow{v}\right\|^2}.$$

Le point de la droite réalisant ce minimum est donné par la projection orthogonale $\mathbf{p}'$ *de* $\mathbf{p}$ *sur la droite :*

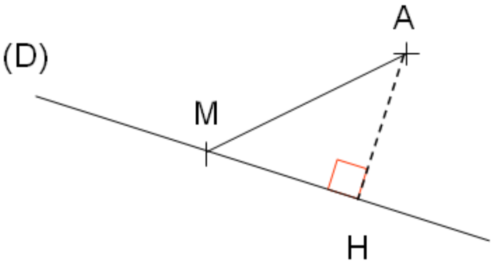
$$\mathbf{p}' = \mathbf{q} + \frac{\left\langle (\mathbf{p}-\mathbf{q}), \overrightarrow{v} \right\rangle}{\left\|\overrightarrow{v}\right\|^2}\overrightarrow{v}.$$


A
(D)
M
H



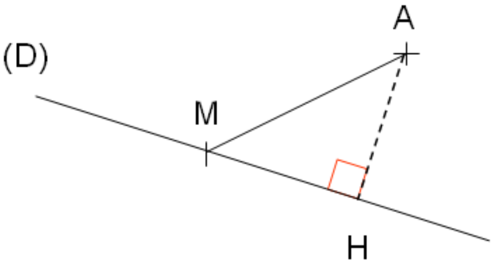
Démonstration.

Trouver le minimum de la distance revient à trouver le minimum du *carré* de la distance et puis à *en prendre la racine carrée* ;



Démonstration.

Trouver le minimum de la distance revient à trouver le minimum du *carré* de la distance et puis à *en prendre la racine carrée*;donc il faut trouver le minimum de f définie par $f(t) = \left\|\mathbf{q} + t\overrightarrow{v} - \mathbf{p}\right\|^2$, ceci car tout point de la droite s'écrit $\mathbf{q} + t\overrightarrow{v}$ avec $t \in \mathbb{R}$.



Démonstration.

Trouver le minimum de la distance revient à trouver le minimum du *carré* de la distance et puis à *en prendre la racine carrée*;donc il faut trouver le minimum de f définie par $f(t) = \left\|\mathbf{q} + t\overrightarrow{v} - \mathbf{p}\right\|^2$, ceci car tout point de la droite s′écrit $\mathbf{q} + t\overrightarrow{v}$ avec $t \in \mathbb{R}$. Or

$$f(t) = \|\mathbf{q} - \mathbf{p}\|^2 + 2t\left\langle (\mathbf{q} - \mathbf{p}), \overrightarrow{v} \right\rangle + t^2 \left\|\overrightarrow{v}\right\|^2$$

est un polynôme du second degré en t dont le minimum se calcule facilement. $\square$

Et avec un vecteur normal?

Résultat

La distance entre le point $\mathbf{p}$ *et la droite passant par* $\mathbf{q}$ *de vecteur normal* $\overrightarrow{n}$ *est donnée par*

$$\frac{\left|\left\langle \overrightarrow{n}, (\mathbf{p}-\mathbf{q}) \right\rangle\right|}{\left\|\overrightarrow{n}\right\|}.$$

Et avec un vecteur normal?

Résultat

La distance entre le point **p** *et la droite passant par* **q** *de vecteur normal* $\overrightarrow{n}$ *est donnée par*

$$\frac{\left|\left\langle \overrightarrow{n}, (\mathbf{p}-\mathbf{q}) \right\rangle\right|}{\left\|\overrightarrow{n}\right\|}.$$

En d'autres termes, si la droite a pour équation

$$ax + by + c = 0$$

la distance entre cette droite et le point **p** *est*

$$\frac{|ap_1 + bp_2 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

Et avec un vecteur normal?

Résultat

La distance entre le point $\mathbf{p}$ *et la droite passant par* $\mathbf{q}$ *de vecteur normal* $\overrightarrow{n}$ *est donnée par*

$$\frac{\left|\left\langle \overrightarrow{n}, (\mathbf{p}-\mathbf{q}) \right\rangle\right|}{\left\|\overrightarrow{n}\right\|}.$$

En d'autres termes, si la droite a pour équation

$$ax + by + c = 0$$

la distance entre cette droite et le point $\mathbf{p}$ *est*

$$\frac{|ap_1 + bp_2 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

Cette distance est juste la longueur de la projection orthogonale de $\overrightarrow{pq}$ sur $\overrightarrow{n}$!.

Résultat

La distance entre le point $\mathbf{p}$ *et le plan de vecteur normal* $\overrightarrow{w} = (a,b,c)$ *passant par* $\mathbf{q}$ *est donnée par*

$$\frac{\left|\left\langle \overrightarrow{w}, (\mathbf{p}-\mathbf{q}) \right\rangle\right|}{\left\|\overrightarrow{w}\right\|}.$$

Résultat

La distance entre le point $\mathbf{p}$ *et le plan de vecteur normal* $\overrightarrow{w} = (a,b,c)$ *passant par* $\mathbf{q}$ *est donnée par*

$$\frac{\left|\left\langle \overrightarrow{w},(\mathbf{p}-\mathbf{q})\right\rangle\right|}{\left\|\overrightarrow{w}\right\|}.$$

En d'autres termes, si le plan a pour équation

$$ax + by + cz + d = 0$$

la distance entre ce plan et le point $\mathbf{p}$ *est*

$$\frac{|ap_1 + bp_2 + cp_3 + d|}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}}$$

Résultat

La distance entre le point $\mathbf{p}$ *et le plan de vecteur normal* $\overrightarrow{w} = (a,b,c)$ *passant par* $\mathbf{q}$ *est donnée par*

$$\frac{\left|\left\langle \overrightarrow{w}, (\mathbf{p}-\mathbf{q})\right\rangle\right|}{\left\|\overrightarrow{w}\right\|}.$$

En d'autres termes, si le plan a pour équation

$$ax + by + cz + d = 0$$

la distance entre ce plan et le point $\mathbf{p}$ *est*

$$\frac{|ap_1 + bp_2 + cp_3 + d|}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}}$$

Démonstration.

Le vecteur

$$\frac{\left\langle \overrightarrow{w}, \mathbf{p}-\mathbf{q}\right\rangle}{\left\|\overrightarrow{w}\right\|^2}\overrightarrow{w}$$

est le projeté de $\mathbf{p}-\mathbf{q}$ sur la droite normale au plan. $\square$

Contenu de la section

Contenu de la section

Diagrammes de Venn

Si A et B sont des ensembles, on définit les trois opérations :

Intersection $A \cap B = \{x \text{ t.q. } x \in A \text{ et } x \in B\}$

Union $A \cup B = \{x \text{ t.q. } x \in A \text{ ou } x \in B\}$

Différence $A \setminus B = \{x \text{ t.q. } x \in A \text{ et } x \notin B\}$

Diagrammes de Venn

Si A et B sont des ensembles, on définit les trois opérations :

Intersection $A \cap B = \{x \text{ t.q. } x \in A \text{ et } x \in B\}$

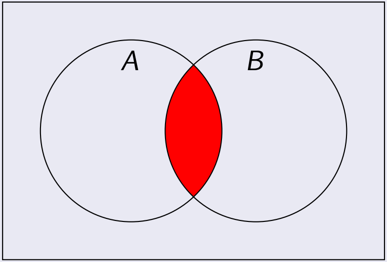
Union $A \cup B = \{x \text{ t.q. } x \in A \text{ ou } x \in B\}$

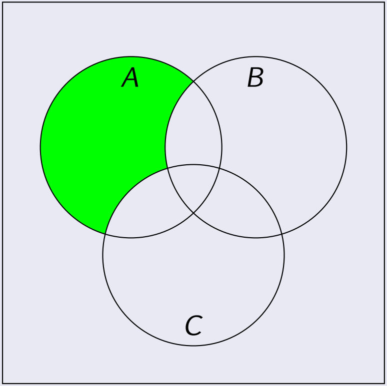
Différence $A \setminus B = \{x \text{ t.q. } x \in A \text{ et } x \notin B\}$

On peut représenter les opérations sur des diagrammes appelés diagrames de Venn.

Exercice

Voici deux diagrammes de Venn :

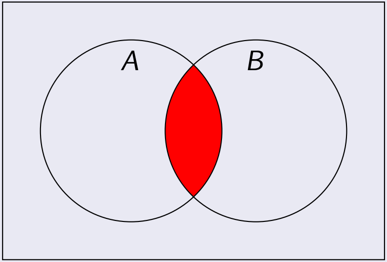


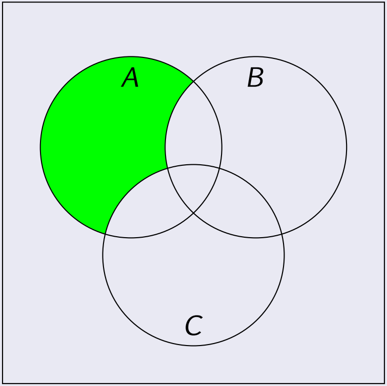


Que représentent-ils ?

Exercice

Voici deux diagrammes de Venn :





Que représentent-ils ?

Réponse : $A \cap B$ et $A \setminus (B \cup C)$

Contenu de la section

Réciproque

Définition

Une fonction $f : A \to B$

Réciproque

Définition

Une fonction $f \colon A \to B$ est *inversible* si il existe une fonction $g \colon B \to A$ telle que

Réciproque

Définition

Une fonction $f\colon A \to B$ est *inversible* si il existe une fonction $g\colon B \to A$ telle que

$$g(f(x)) = x \quad \forall x \in A$$

Réciproque

Définition

Une fonction $f\colon A \to B$ est *inversible* si il existe une fonction $g\colon B \to A$ telle que

$$g(f(x)) = x \quad \forall x \in A \qquad \text{et} \qquad f(g(y)) = y \quad \forall y \in B.$$

La fonction g est appelée *l'inverse* ou la *fonction réciproque* de f, et se note f^{-1}.

Réciproque

Définition

Une fonction $f\colon A \to B$ est *inversible* si il existe une fonction $g\colon B \to A$ telle que

$$g(f(x)) = x \quad \forall x \in A \qquad \text{et} \qquad f(g(y)) = y \quad \forall y \in B.$$

La fonction g est appelée *l'inverse* ou la *fonction réciproque* de f, et se note f^{-1}.

Remarque

Attention à ne pas confondre $f^{-1}(x)$ avec $f(x)^{-1} := 1/f(x)$!

Réciproque

Définition

Une fonction $f\colon A \to B$ est *inversible* si il existe une fonction $g\colon B \to A$ telle que

$$g(f(x)) = x \quad \forall x \in A \qquad \text{et} \qquad f(g(y)) = y \quad \forall y \in B.$$

La fonction g est appelée *l'inverse ou la fonction réciproque de f*, et se note f^{-1}.

Remarque

Attention à ne pas confondre $f^{-1}(x)$ avec $f(x)^{-1} := 1/f(x)$! Par exemple, les fonctions

$$f : \mathbb{R}_0 = \mathbb{R}\backslash\{0\} \to \mathbb{R}_0 : x \mapsto x \quad \text{et} \quad g : \mathbb{R}_0 \to \mathbb{R}_0 : x \mapsto \frac{1}{x}$$

vérifient $f(x)^{-1} = g(x)$ pour tout $x \in \mathbb{R}_0$,

Réciproque

Définition

Une fonction $f\colon A \to B$ est *inversible* si il existe une fonction $g\colon B \to A$ telle que

$$g(f(x)) = x \quad \forall x \in A \qquad \text{et} \qquad f(g(y)) = y \quad \forall y \in B.$$

La fonction g est appelée *l'inverse ou la fonction réciproque de f*, et se note f^{-1}.

Remarque

Attention à ne pas confondre $f^{-1}(x)$ avec $f(x)^{-1} := 1/f(x)$! Par exemple, les fonctions

$$f : \mathbb{R}_0 = \mathbb{R}\backslash\{0\} \to \mathbb{R}_0 : x \mapsto x \quad \text{et} \quad g : \mathbb{R}_0 \to \mathbb{R}_0 : x \mapsto \frac{1}{x}$$

vérifient $f(x)^{-1} = g(x)$ pour tout $x \in \mathbb{R}_0$, par contre $f^{-1} = f$ et $g^{-1} = g$ (exercice facile).

 Fonctions réciproques

Résultat

1. *Une fonction est inversible si et seulement si c′est une bijection.*

Résultat

1. *Une fonction est inversible si et seulement si c'est une bijection.*
2. *Si g est l'inverse de f, alors f est l'inverse de g. En d'autres termes,*

$$\left(f^{-1}\right)^{-1} = f.$$

Résultat

1. *Une fonction est inversible si et seulement si c'est une bijection.*
2. *Si g est l'inverse de f, alors f est l'inverse de g. En d'autres termes,*

$$\left(f^{-1}\right)^{-1} = f.$$

Démonstration.

Si f est inversible (d'inverse g)

Résultat

1. *Une fonction est inversible si et seulement si c'est une bijection.*
2. *Si g est l'inverse de f, alors f est l'inverse de g. En d'autres termes,*

$$\left(f^{-1}\right)^{-1} = f.$$

Démonstration.

Si f est inversible (d'inverse g), alors f est

- injective car $f(x) = f(y)$ implique $x = g(f(x)) = g(f(y)) = y$.

Résultat

1. *Une fonction est inversible si et seulement si c'est une bijection.*
2. *Si g est l'inverse de f, alors f est l'inverse de g. En d'autres termes,*

$$\left(f^{-1}\right)^{-1} = f.$$

Démonstration.

Si f est inversible (d'inverse g), alors f est

- injective car $f(x) = f(y)$ implique $x = g(f(x)) = g(f(y)) = y$.
- surjective car si $z \in B$, alors $g(z)$ est un antécédent de z.

Résultat

1. *Une fonction est inversible si et seulement si c'est une bijection.*
2. *Si g est l'inverse de f, alors f est l'inverse de g. En d'autres termes,*

$$\left(f^{-1}\right)^{-1} = f.$$

Démonstration.

Si f est inversible (d'inverse g), alors f est

- injective car $f(x) = f(y)$ implique $x = g(f(x)) = g(f(y)) = y$.
- surjective car si $z \in B$, alors $g(z)$ est un antécédent de z.

Résultat

1. *Une fonction est inversible si et seulement si c'est une bijection.*
2. *Si g est l'inverse de f, alors f est l'inverse de g. En d'autres termes,*
$$\left(f^{-1}\right)^{-1} = f.$$

Démonstration.

Si f est inversible (d'inverse g), alors f est

- injective car $f(x) = f(y)$ implique $x = g(f(x)) = g(f(y)) = y$.
- surjective car si $z \in B$, alors $g(z)$ est un antécédent de z.

Si f est bijective, alors pour tout $z \in B$ il existe un (surjectivité) unique (injectivité) antécédent. $\square$

Graphe de la réciproque

Le résultat précédent montre qu'une fonction $f : A \to B$ est inversible si et seulement si pour tout $y \in B$, il existe un et un seul $x \in A$ tel que $y = f(x)$.

Graphe de la réciproque

Le résultat précédent montre qu'une fonction $f : A \longrightarrow B$ est inversible si et seulement si pour tout $y \in B$, il existe un et un seul $x \in A$ tel que $y = f(x)$. C'est cette valeur de x qui est notée $f^{-1}(x)$.

Graphe de la réciproque

Le résultat précédent montre qu'une fonction $f : A \to B$ est inversible si et seulement si pour tout $y \in B$, il existe un et un seul $x \in A$ tel que $y = f(x)$. C'est cette valeur de x qui est notée $f^{-1}(x)$. Ou encore:

$$\text{lorsque } f \text{ est inversible,} \quad y = f(x) \iff x = f^{-1}(y).$$

Graphe de la réciproque

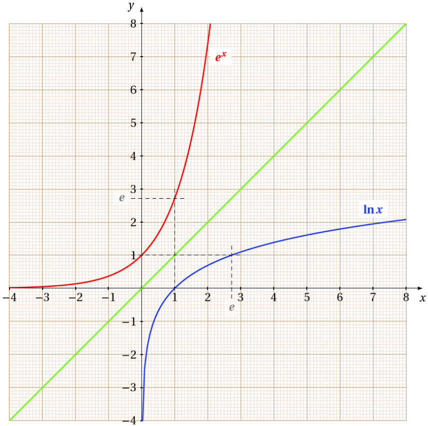
Le résultat précédent montre qu'une fonction $f : A \to B$ est inversible si et seulement si pour tout $y \in B$, il existe un et un seul $x \in A$ tel que $y = f(x)$. C'est cette valeur de x qui est notée $f^{-1}(x)$. Ou encore:

$$\text{lorsque } f \text{ est inversible,} \quad y = f(x) \iff x = f^{-1}(y).$$

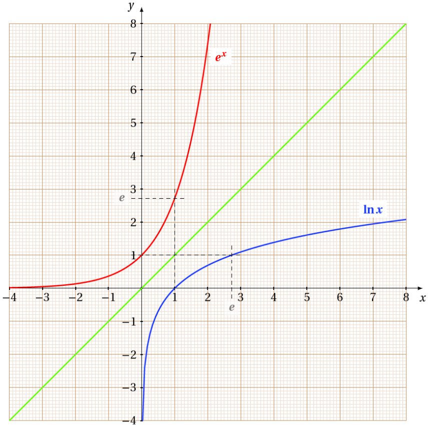
Dès lors: si $f : A \to B$ est bijective, alors le graphe de sa réciproque $f^{-1} : B \to A$ peut s'obtenir en prenant l'image du graphe de f par une symétrie d'axe $x = y$. En effet,

$$\Gamma_{f^{-1}} = \{(y, f^{-1}(y)) \in \mathbb{R}^2 \text{ t.q. } y \in B\} = \{(f(x), x) \in \mathbb{R}^2 \text{ t.q. } x \in A\}$$

Exemple: logarithme et exponentielle



Exemple: logarithme et exponentielle



ln (logarithme népérien) est la fonction réciproque de l'exponentielle $x \mapsto \exp(x)$ car: $\forall x \in \mathbb{R}, \forall y > 0$,

$$\exp(x) = y \iff x = \ln(y).$$

Contenu de la section

Arcsinus

La fonction sin : $[-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}] \to [-1,1]$ possède une réciproque notée :

$$\arcsin : [-1,1] \to \left[-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right]$$

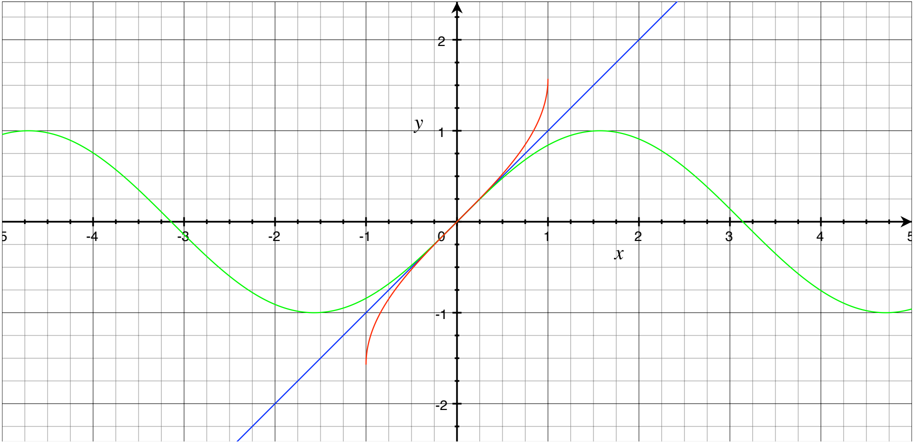


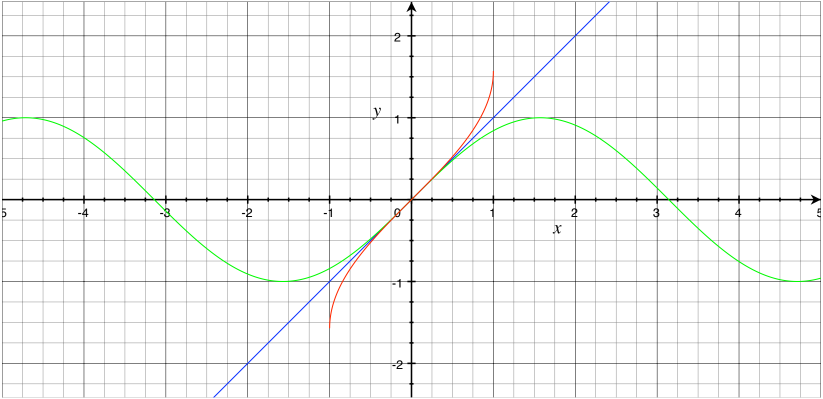
FIG.: Graphes de sin et arcsin

Attention: Il est faux de dire que $\sin : \mathbb{R} \to [-1,1]$ admet une fonction réciproque!

Attention: Il est faux de dire que $\sin : \mathbb{R} \to [-1,1]$ admet une fonction réciproque! La fonction sin admet une réciproque seulement sur un intervalle où elle est inversible,

Attention: Il est faux de dire que $\sin : \mathbb{R} \to [-1,1]$ admet une fonction réciproque! La fonction sin admet une réciproque seulement sur un intervalle où elle est inversible, c'est-à-dire sur un intervalle où tout élément de l'image a exactement un antécédent.

Attention: Il est faux de dire que $\sin : \mathbb{R} \to [-1,1]$ admet une fonction réciproque! La fonction sin admet une réciproque seulement sur un intervalle où elle est inversible, c'est-à-dire sur un intervalle où tout élément de l'image a exactement un antécédent.



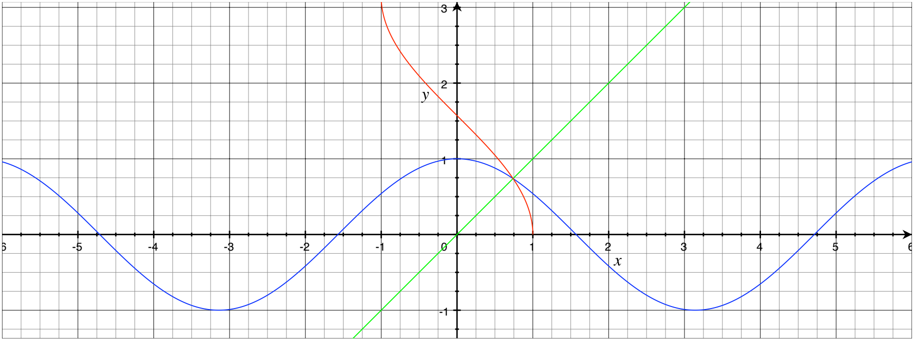
Graphes de sin et arcsin

De la même manière: sin n'est pas bijective (= inversible) sur $[-\pi,\pi]$!

Arccosinus

La réciproque de $\cos : [0,\pi] \to [-1,1]$ est

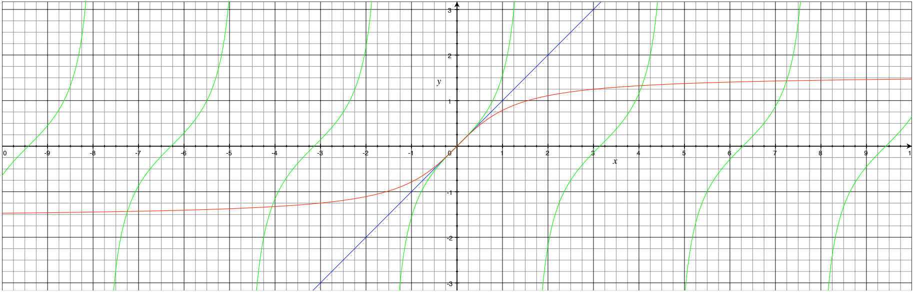
$$\arccos : [-1,1] \to [0,\pi]$$



Arctangente

La réciproque de $\mathrm{tg} : \left]-\dfrac{\pi}{2},\dfrac{\pi}{2}\right[\to \left]-\infty,\infty\right[$ est

$$\mathrm{arctg} : \left]-\infty,\infty\right[\to \left]-\dfrac{\pi}{2},\dfrac{\pi}{2}\right[$$



On peut aussi définir la réciproque de $\mathrm{cotg} : \left]0,\pi\right[\to \left]-\infty,\infty\right[$.

Contenu de la section

Exigences pour les examens (interro de Novembre et examen de Janvier)

Exigences pour les examens (interro de Novembre et examen de Janvier)

Le programme de l'examen se base sur:

- Le contenu du cours (slides en priorité et syllabus en support)

Exigences pour les examens (interro de Novembre et examen de Janvier)

Le programme de l'examen se base sur:

- Le contenu du cours (slides en priorité et syllabus en support)
- Le contenu des séances d'exercices

Exigences pour les examens (interro de Novembre et examen de Janvier)

Le programme de l'examen se base sur:

- Le contenu du cours (slides en priorité et syllabus en support)
- Le contenu des séances d'exercices

Ne seront exigées à l'examen que des choses du même type que celles vues en cours ou en exercices.

Exigences pour les examens (interro de Novembre et examen de Janvier)

Le programme de l'examen se base sur:

- Le contenu du cours (slides en priorité et syllabus en support)
- Le contenu des séances d'exercices

Ne seront exigées à l'examen que des choses du même type que celles vues en cours ou en exercices. L'objectif n'est pas de vous piéger, mais de vérifier que vous avez compris.

Exigences pour les examens (interro de Novembre et examen de Janvier)

Le programme de l'examen se base sur:

- Le contenu du cours (slides en priorité et syllabus en support)
- Le contenu des séances d'exercices

Ne seront exigées à l'examen que des choses du même type que celles vues en cours ou en exercices. L'objectif n'est pas de vous piéger, mais de vérifier que vous avez compris. Précisons:

- Les questions théoriques de l'examen ne porteront que sur des démonstrations ou des notions vues en cours.

Exigences pour les examens (interro de Novembre et examen de Janvier)

Le programme de l'examen se base sur:

- Le contenu du cours (slides en priorité et syllabus en support)
- Le contenu des séances d'exercices

Ne seront exigées à l'examen que des choses du même type que celles vues en cours ou en exercices. L'objectif n'est pas de vous piéger, mais de vérifier que vous avez compris. Précisons:

- Les questions théoriques de l'examen ne porteront que sur des démonstrations ou des notions vues en cours. Si une démonstration/définition est dans le syllabus mais n'a pas été vue en cours, elle ne sera pas demandée.

Exigences pour les examens (interro de Novembre et examen de Janvier)

Le programme de l'examen se base sur:

- Le contenu du cours (slides en priorité et syllabus en support)
- Le contenu des séances d'exercices

Ne seront exigées à l'examen que des choses du même type que celles vues en cours ou en exercices. L'objectif n'est pas de vous piéger, mais de vérifier que vous avez compris. Précisons:

- Les questions théoriques de l'examen ne porteront que sur des démonstrations ou des notions vues en cours. Si une démonstration/définition est dans le syllabus mais n'a pas été vue en cours, elle ne sera pas demandée.
- Le contenu des séances d'exercice est complémentaire au cours et sera exigé à l'examen!

Exigences pour les examens (interro de Novembre et examen de Janvier)

Le programme de l'examen se base sur:

- Le contenu du cours (slides en priorité et syllabus en support)
- Le contenu des séances d'exercices

Ne seront exigées à l'examen que des choses du même type que celles vues en cours ou en exercices. L'objectif n'est pas de vous piéger, mais de vérifier que vous avez compris. Précisons:

- Les questions théoriques de l'examen ne porteront que sur des démonstrations ou des notions vues en cours. Si une démonstration/définition est dans le syllabus mais n'a pas été vue en cours, elle ne sera pas demandée.
- Le contenu des séances d'exercice est complémentaire au cours et sera exigé à l'examen! Vous verrez en TP des méthodes (ou applications des résultats du cours) non vues en cours qu'il faudra connaître pour l'examen.

Contenu de la section

2 Questions d'examen potentielles
- Questions théoriques
- Exercices-types de l'interro de Novembre

Exemple de questions théoriques POSSIBLES:

Exemple de questions théoriques POSSIBLES:

La liste définitive vous sera donnée avant l'examen!

Exemple de questions théoriques POSSIBLES:

La liste définitive vous sera donnée avant l'examen!

- Prouver par récurrence que $\sum_{k=1}^{n} k = \frac{n(n+1)}{2}$.

Exemple de questions théoriques POSSIBLES:

La liste définitive vous sera donnée avant l'examen!

- Prouver par récurrence que $\sum_{k=1}^{n} k = \frac{n(n+1)}{2}$.
- Démontrer : si $a < b$ et $c < d$, alors $a + c < b + d$.

Exemple de questions théoriques POSSIBLES:

La liste définitive vous sera donnée avant l'examen!

- Prouver par récurrence que $\sum_{k=1}^{n} k = \frac{n(n+1)}{2}$.
- Démontrer : si $a < b$ et $c < d$, alors $a + c < b + d$.
- Écrire $[-2,4[\cup]-5,1]$ sous forme d'intervalle.

Exemple de questions théoriques POSSIBLES:

La liste définitive vous sera donnée avant l'examen!

- Prouver par récurrence que $\sum_{k=1}^{n} k = \frac{n(n+1)}{2}$.
- Démontrer : si $a < b$ et $c < d$, alors $a + c < b + d$.
- Écrire $[-2,4[\cup]-5,1]$ sous forme d'intervalle.
- De combien de manière peut on disposer k billes identiques dans deux urnes ?

Exemple de questions théoriques POSSIBLES:

La liste définitive vous sera donnée avant l'examen!

- Prouver par récurrence que $\sum_{k=1}^{n} k = \frac{n(n+1)}{2}$.
- Démontrer : si $a < b$ et $c < d$, alors $a + c < b + d$.
- Écrire $[-2{,}4[\cup]-5{,}1]$ sous forme d'intervalle.
- De combien de manière peut on disposer k billes identiques dans deux urnes ?
- Définir la fonction racine carrée de x et donner son domaine de définition.

Exemple de questions théoriques POSSIBLES:

La liste définitive vous sera donnée avant l'examen!

- Prouver par récurrence que $\sum_{k=1}^{n} k = \frac{n(n+1)}{2}$.
- Démontrer : si $a < b$ et $c < d$, alors $a + c < b + d$.
- Écrire $[-2,4[\cup]-5,1]$ sous forme d'intervalle.
- De combien de manière peut on disposer k billes identiques dans deux urnes ?
- Définir la fonction racine carrée de x et donner son domaine de définition.
- Définir ce qu'est une fonction croissante; donner un exemple et un contre-exemple)

Exemple de questions théoriques POSSIBLES:

La liste définitive vous sera donnée avant l'examen!

- Prouver par récurrence que $\sum_{k=1}^{n} k = \frac{n(n+1)}{2}$.
- Démontrer : si $a < b$ et $c < d$, alors $a + c < b + d$.
- Écrire $[-2,4[\cup]-5,1]$ sous forme d'intervalle.
- De combien de manière peut on disposer k billes identiques dans deux urnes ?
- Définir la fonction racine carrée de x et donner son domaine de définition.
- Définir ce qu'est une fonction croissante; donner un exemple et un contre-exemple)
- Définir le logarithme d'un nombre a en base b. À quelles conditions sur a et b ce logarithme existe-t-il ?

Exemple de questions théoriques POSSIBLES:

La liste définitive vous sera donnée avant l'examen!

- Prouver par récurrence que $\sum_{k=1}^{n} k = \frac{n(n+1)}{2}$.
- Démontrer : si $a < b$ et $c < d$, alors $a + c < b + d$.
- Écrire $[-2,4[\cup]-5,1]$ sous forme d'intervalle.
- De combien de manière peut on disposer k billes identiques dans deux urnes ?
- Définir la fonction racine carrée de x et donner son domaine de définition.
- Définir ce qu'est une fonction croissante; donner un exemple et un contre-exemple)
- Définir le logarithme d'un nombre a en base b. À quelles conditions sur a et b ce logarithme existe-t-il ?
- Donner et prouver la formule de Cauchy-Schwarz.
- etc.

Contenu de la section

2 Questions d'examen potentielles

- Questions théoriques
- Exercices-types de l'interro de Novembre

Question

Combien de mots de 5 lettres peut-on former avec les lettres TUVWXYZ sans utiliser deux fois la même lettre ?

Question

Combien de mots de 5 lettres peut-on former avec les lettres TUVWXYZ sans utiliser deux fois la même lettre ?

Réponse

On peut choisir $\binom{7}{5}$ « tas » de 5 lettres parmi ces 7 lettres TUVWXYZ.

Question

Combien de mots de 5 lettres peut-on former avec les lettres TUVWXYZ sans utiliser deux fois la même lettre ?

Réponse

On peut choisir $\binom{7}{5}$ « tas » de 5 lettres parmi ces 7 lettres TUVWXYZ. Ensuite, chaque « tas » donne 5! mots possibles, cas les lettres sont toutes distinctes.

Question

Combien de mots de 5 lettres peut-on former avec les lettres TUVWXYZ sans utiliser deux fois la même lettre ?

Réponse

On peut choisir $\binom{7}{5}$ « tas » de 5 lettres parmi ces 7 lettres TUVWXYZ. Ensuite, chaque « tas » donne 5! mots possibles, cas les lettres sont toutes distinctes. Solution: $5! \cdot \binom{7}{5} = \frac{7!}{2} = 2520$.

Question

Que vaut $\sin(-\frac{7\pi}{6})$?

Question

Que vaut $\sin(-\frac{7\pi}{6})$?

Réponse

On ecrit que:

$$\sin\left(-\frac{7\pi}{6}\right) =$$

Question

Que vaut $\sin(-\frac{7\pi}{6})$?

Réponse

On ecrit que:

$$\sin\left(-\frac{7\pi}{6}\right) = -\sin\left(\frac{7\pi}{6}\right) =$$

Question

Que vaut $\sin(-\frac{7\pi}{6})$?

Réponse

On ecrit que:

$$\sin\left(-\frac{7\pi}{6}\right) = -\sin\left(\frac{7\pi}{6}\right) = -\sin\left(\pi + \frac{\pi}{6}\right) =$$

Question

Que vaut $\sin(-\frac{7\pi}{6})$?

Réponse

On ecrit que:

$$\sin\left(-\frac{7\pi}{6}\right) = -\sin\left(\frac{7\pi}{6}\right) = -\sin\left(\pi + \frac{\pi}{6}\right) = \sin\left(\frac{\pi}{6}\right) =$$

Question

Que vaut $\sin(-\frac{7\pi}{6})$?

Réponse

On ecrit que:

$$\sin\left(-\frac{7\pi}{6}\right) = -\sin\left(\frac{7\pi}{6}\right) = -\sin\left(\pi + \frac{\pi}{6}\right) = \sin\left(\frac{\pi}{6}\right) = \frac{1}{2}.$$