

Examen de MATH F-112 d'AOÛT 2019 – PARTIE Q2 DU MODULE T

BA1 GEOL/GEOG

Durée: 1h30

Vérifiez que ce sujet correspond à votre section.

Toutes vos réponses doivent être **soigneusement justifiées**. Répondez à chaque exercice sur la ou les page correspondante(s).

Vous pouvez utiliser uniquement de quoi écrire. Des feuilles de brouillon sont accessibles à la fin de la copie. **Vous n'avez pas le droit à vos propres feuilles de brouillon.** LE SUJET DOIT RESTER AGRAFÉ: **une copie sans agrafe sera refusée.**

Inscrivez vos nom, prénom, matricule ci-dessous ET sur chaque feuille de réponse.

NOM, PRÉNOM:

MATRICULE:

Exercice 1		/10
Exercice 2		/10
Exercice 3		/ 10
Total		/30

EXERCICE 1

(1) Résoudre dans \mathbb{C} l'équation

$$z^2 - (4 + 2i)z + 12 + 4i = 0.$$

(2) Déterminer, sous forme exponentielle, tous les nombres complexes z vérifiant

$$z^4 = 16i.$$

(3) Soit $x = 1 + i$. Déterminer l'entier naturel n pour lequel on a

$$x^n = -64.$$

EXERCICE 2

On considère la fonction $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ définie par

$$f(x, y) = \ln(1 + x^2 + y^2).$$

- (1) Calculer les dérivées partielles premières de f , par rapport à x et y , en un point (x, y) donné.
- (2) Soit $R > 0$. On note D_R le disque de \mathbb{R}^2 de centre 0 et de rayon R . Montrer que

$$\int_{D_R} f(x, y) dx dy = \pi \int_0^{R^2} \ln(1 + u) du.$$

- (3) En déduire alors la valeur de

$$\int_{D_R} f(x, y) dx dy.$$

EXERCICE 3

(1) Donner toutes les solutions $y : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ de l'équation différentielle

$$y' + \frac{x}{1+x^2}y = 0.$$

(2) Résoudre les problèmes de Cauchy suivants:

$$\begin{cases} y' + \frac{x}{1+x^2}y = 0 \\ y(0) = 0 \end{cases} \quad \text{et} \quad \begin{cases} y' + \frac{x}{1+x^2}y = 0 \\ y(0) = 1 \end{cases}$$

FEUILLE DE BROUILLON 1

FEUILLE DE BROUILLON 2

FEUILLE DE BROUILLON 3