Math F 112 — Mathématiques pour les bacheliers en Bio-ingénieur, Biologie, Chimie, Géographie, Géologie, Informatique, Sciences (polyvalente)

Céline Azizieh, Dimitri Leemans [1], Selim Rexhep

Année académique 2017 — 2018

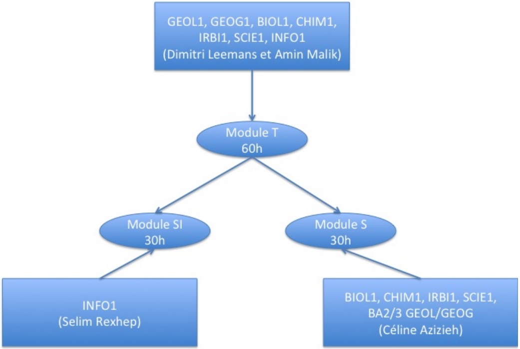
1. dleemans@ulb.ac.be

Contenu de la section

Contenu de la section

Agencement du cours

- Le cours concerne sept sections !
- Agencé en modules : T, S, SI.



Contenu de la section

1. Organisation du cours et informations générales
   - Organisation en modules
   - Examens
   - Supports du cours
   - Répartitions en groupes d'exercices

En bref

Réussite Obtenir au moins 10/20.

Échec Obtenir strictement moins que 10/20.

En bref

Réussite Obtenir au moins 10/20.

Échec Obtenir strictement moins que 10/20.

- un test en novembre,

En bref

Réussite Obtenir au moins 10/20.

Échec Obtenir strictement moins que 10/20.

- un test en novembre,
- une interro en janvier (obligatoire!),

En bref

Réussite Obtenir au moins 10/20.

Échec Obtenir strictement moins que 10/20.

- un test en novembre,
- une interro en janvier (obligatoire!),
- un examen en juin :

En bref

Réussite Obtenir au moins 10/20.

Échec Obtenir strictement moins que 10/20.

- un test en novembre,
- une interro en janvier (obligatoire !),
- un examen en juin :
  - Sur la partie du 2e quadri : obligatoire

En bref

Réussite Obtenir au moins 10/20.

Échec Obtenir strictement moins que 10/20.

- un test en novembre,
- une interro en janvier (obligatoire!),
- un examen en juin :
  - Sur la partie du 2e quadri : obligatoire
  - Sur la partie du 1er quadri : non-obligatoire (report de la note de janvier possible)

En bref

Réussite Obtenir au moins 10/20.

Échec Obtenir strictement moins que 10/20.

- un test en novembre,
- une interro en janvier (obligatoire !),
- un examen en juin :
  - Sur la partie du 2e quadri : obligatoire
  - Sur la partie du 1er quadri : non-obligatoire (report de la note de janvier possible)
- un examen en septembre (une seule partie sur la matière de toute l'année)

Durées et pondérations en janvier et juin

Durées et pondérations en janvier et juin

GEOL1, GEOG1 : 60h Janvier : 3h. Juin : 1h30 (si Q1 non-représenté) ou 4h (si Q1 représenté).

- 13 points pour le Q1
- 7 points pour le Q2

Durées et pondérations en janvier et juin

GEOL1, GEOG1 : 60h Janvier : 3h. Juin : 1h30 (si Q1 non-représenté) ou 4h (si Q1 représenté).

- 13 points pour le Q1
- 7 points pour le Q2

GEOL2 GEOG2 : 30h le cours est au Q2. Un seul examen de 3h en juin.

Durées et pondérations en janvier et juin

GEOL1, GEOG1 : 60h Janvier : 3h. Juin : 1h30 (si Q1 non-représenté) ou 4h (si Q1 représenté).

- 13 points pour le Q1
- 7 points pour le Q2

GEOL2 GEOG2 : 30h le cours est au Q2. Un seul examen de 3h en juin.

BIOL1, SCIE1, CHIM1, IRBI1, INFO1 Janvier : 3h. Juin : 2h (si Q1 non-représenté) ou 4h (si Q1 représenté)..

- 10 points pour le Q1
- 10 points pour le Q2

À prendre avec soi

Aux évaluations (= examens), vous vous munirez de :

- Carte d'étudiant et carte d'identité.
- Stylo et papier
- (éventuellement) à boire et un snack au cas où.

Le reste est **interdit**. En particulier (liste non-exhaustive) :

- GSM, ordinateur, calculatrice : sont interdits !

À prendre avec soi

Aux évaluations (= examens), vous vous munirez de :

- Carte d'étudiant et carte d'identité.
- Stylo et papier
- (éventuellement) à boire et un snack au cas où.

Le reste est **interdit**. En particulier (liste non-exhaustive) :

- GSM, ordinateur, calculatrice : sont interdits !
- Notes de cours et syllabus : sont interdits !

Test de novembre...

Pour l'étudiant

- qui a un test en novembre, *et*
- qui a réussi mieux en novembre qu'en janvier.

sa note finale pour le Q1 est la moyenne pondérée :

- pour un quart de celle de novembre, et
- pour trois-quarts de celle de janvier (ou, si applicable, la « note Q1 » de juin).

Durées et pondérations en septembre

L'examen du mois de septembre (« seconde session ») est un examen unique couvrant toute la matière.
La durée est la même qu'en juin.

Durées et pondérations en septembre

L'examen du mois de septembre (« seconde session ») est un examen unique couvrant toute la matière.
La durée est la même qu'en juin.
La pondération des quadrimestres est identique à celle de juin.

Contenu de la section

Syllabus et exercices

- Le syllabus pour le module T se trouve aux PUB

Syllabus et exercices

- Le syllabus pour le module T se trouve aux PUB
- Les énoncés pour les séances d'exercices de ces modules sont également aux PUB (un fascicule pour tout).

Syllabus et exercices

- Le syllabus pour le module T se trouve aux PUB
- Les énoncés pour les séances d'exercices de ces modules sont également aux PUB (un fascicule pour tout).
- Site web du cours :
  http ://homepages.ulb.ac.be/~dleemans/mathf112/

Syllabus et exercices

- Le syllabus pour le module T se trouve aux PUB
- Les énoncés pour les séances d'exercices de ces modules sont également aux PUB (un fascicule pour tout).
- Site web du cours :
  http ://homepages.ulb.ac.be/~dleemans/mathf112/

Syllabus et exercices

- Le syllabus pour le module T se trouve aux PUB
- Les énoncés pour les séances d'exercices de ces modules sont également aux PUB (un fascicule pour tout).
- Site web du cours :
  http ://homepages.ulb.ac.be/~dleemans/mathf112/

Tous les syllabi disponibles aux PUB sont (ou seront) disponibles sur l'UV.

Syllabus et exercices

- Le syllabus pour le module T se trouve aux PUB
- Les énoncés pour les séances d'exercices de ces modules sont également aux PUB (un fascicule pour tout).
- Site web du cours :
  http ://homepages.ulb.ac.be/~dleemans/mathf112/

Tous les syllabi disponibles aux PUB sont (ou seront) disponibles sur l'UV.

Matière de l'examen

La matière de l'examen est l'union :

Syllabus et exercices

- Le syllabus pour le module T se trouve aux PUB
- Les énoncés pour les séances d'exercices de ces modules sont également aux PUB (un fascicule pour tout).
- Site web du cours : http ://homepages.ulb.ac.be/~dleemans/mathf112/

Tous les syllabi disponibles aux PUB sont (ou seront) disponibles sur l'UV.

Matière de l'examen

La matière de l'examen est l'union :

- du cours oral, et

Syllabus et exercices

- Le syllabus pour le module T se trouve aux PUB
- Les énoncés pour les séances d'exercices de ces modules sont également aux PUB (un fascicule pour tout).
- Site web du cours :
  http ://homepages.ulb.ac.be/~dleemans/mathf112/

Tous les syllabi disponibles aux PUB sont (ou seront) disponibles sur l'UV.

Matière de l'examen

La matière de l'examen est l'union :

- du cours oral, et
- des exercices.

Syllabus et exercices

- Le syllabus pour le module T se trouve aux PUB
- Les énoncés pour les séances d'exercices de ces modules sont également aux PUB (un fascicule pour tout).
- Site web du cours :
  http ://homepages.ulb.ac.be/~dleemans/mathf112/

Tous les syllabi disponibles aux PUB sont (ou seront) disponibles sur l'UV.

Matière de l'examen

La matière de l'examen est l'union :

- du cours oral, et
- des exercices.

Une liste de définitions et résultats à connaître sera mise en ligne, de même que la liste des exercices de chaque séance.

Contenu de la section

Remarque

Vous n'êtes *pas* répartis de la même manière que pour vos autres cours. Vous êtes répartis selon la première lettre de votre nom de famille.

GEOL1 Un seul groupe - voir GeHol - Hussein Cheikh-Ali

GEOG1 Un seul groupe - voir GeHol - Christine Cutting

BIOL1 et SCIE1

- A à G : 2.NO 506 le mardi de 16 à 18, S.K.3.201 le jeudi de 10 à 12 – Robson Nascimento
- H à O : 2.NO.707 le mardi de 16 à 18, S.P.4.110 le jeudi de 10 à 12 – Julien Rémy
- P à Z : A.2.222 le mardi de 16 à 18, 2.NO.506 le jeudi de 10 à 12 – Hussein Cheikh-Ali

INFO1

- A à C : A.2.120 le lundi de 16 à 18, OF.2058 le vendredi de 14 à 16 – Hussein Cheikh-Ali
- D à H : A.2.122 le lundi de 16 à 18, Forum H le vendredi de 14 à 16 – Florence Sterck
- I à N : OF.2076 le lundi de 16 à 18, 1.C.3.203 le vendredi de 14 à 16 – Robson Nascimento
- O à Z : 2.NO.708 le lundi de 16 à 18, 2.no.506 le vendredi de 14 à 16 – Anna Vanden Wyngaerd

CHIM1

- A à L : OF.2080 le lundi de 14 à 16, S.UD2.119 le mardi de 10 à 12, A.2.122 le mardi de 16 à 18 – Jessica Mulpas
- M à Z : Forum B le lundi de 14 à 16, S.UA.3.116 le mardi de 10 à 12, A.2.122 le vendredi de 16 à 18 – Robson Nascimento

IRBI1

- A à D – S.H.2.111 (mercredi) et A2.120 (Jeudi) - Hussein Cheikh-Ali
- E à N – S.K.4.601 (mercredi) et OF.2064 (Jeudi) - Florence Sterck
- O à Z – OF.2070 (mercredi) et OF.2080 (Jeudi) - Julie Distexhe

Contenu de la section

Contenu de la section

Définitions et résultats

Définition

Une *définition* est une manière d'attribuer un mot ou une notation à un concept.

Exemple

La description du mot « définition » ci-dessus peut-être vue comme une définition.

Définitions et résultats

Définition

Une *définition* est une manière d'attribuer un mot ou une notation à un concept.

Exemple

La description du mot « définition » ci-dessus peut-être vue comme une définition.

Exemple

Un exemple plus classique et plus « mathématique » :

Définitions et résultats

Définition

Une *définition* est une manière d'attribuer un mot ou une notation à un concept.

Exemple

La description du mot « définition » ci-dessus peut-être vue comme une définition.

Exemple

Un exemple plus classique et plus « mathématique » :

Définition

Si x est un réel, et si k est un entier, on définit :

$$x^k := \underbrace{x \cdot \dots \cdot x}_{k \text{ fois}}$$

Définitions et résultats

Définition

Une *définition* est une manière d'attribuer un mot ou une notation à un concept.

Exemple

La description du mot « définition » ci-dessus peut-être vue comme une définition.

Exemple

Un exemple plus classique et plus « mathématique » :

Définition

Si x est un réel, et si k est un entier, on définit :

$$x^k := \underbrace{x \cdot \dots \cdot x}_{k \text{ fois}}$$

Démonstration

Définition

Démonstration : succession d'affirmations qui découlent les unes des autres par applications de règles logiques à des résultats déjà connus.

Démonstration

Définition

Démonstration : succession d'affirmations qui découlent les unes des autres par applications de règles logiques à des résultats déjà connus.

En pratique, une démonstration sert à *convaincre* de la véracité d'une affirmation.

Démonstration

Définition

Démonstration : succession d'affirmations qui découlent les unes des autres par applications de règles logiques à des résultats déjà connus.

En pratique, une démonstration sert à *convaincre* de la véracité d'une affirmation.
Pour démontrer un résultat, il faut connaître les définitions impliquées !

Démonstration

Définition

Démonstration : succession d'affirmations qui découlent les unes des autres par applications de règles logiques à des résultats déjà connus.

En pratique, une démonstration sert à *convaincre* de la véracité d'une affirmation.
Pour démontrer un résultat, il faut connaître les définitions impliquées !

Exemple

Démonstration

Définition

Démonstration : succession d'affirmations qui découlent les unes des autres par applications de règles logiques à des résultats déjà connus.

En pratique, une démonstration sert à *convaincre* de la véracité d'une affirmation.
Pour démontrer un résultat, il faut connaître les définitions impliquées !

Exemple

Si x est un réel, et si k et l sont des entiers,

Démonstration

Définition

Démonstration : succession d'affirmations qui découlent les unes des autres par applications de règles logiques à des résultats déjà connus.

En pratique, une démonstration sert à *convaincre* de la véracité d'une affirmation.
Pour démontrer un résultat, il faut connaître les définitions impliquées !

Exemple

Si x est un réel, et si k et l sont des entiers, démontrer que $x^k x^l = x^{k+l}$.

Contenu de la section

Manipuler le vrai et le faux

Définition

On s'intéresse à la valeur de vérité des affirmations : vrai ou faux ? C'est soit l'un, soit l'autre.

Manipuler le vrai et le faux

Définition

On s'intéresse à la valeur de vérité des affirmations : vrai ou faux ? C'est soit l'un, soit l'autre.

Exemple

Manipuler le vrai et le faux

Définition

On s'intéresse à la valeur de vérité des affirmations : vrai ou faux ?
C'est soit l'un, soit l'autre.

Exemple

Considérons les affirmations suivantes

Manipuler le vrai et le faux

Définition

On s'intéresse à la valeur de vérité des affirmations : vrai ou faux ?
C'est soit l'un, soit l'autre.

Exemple

Considérons les affirmations suivantes

- « x est positif » ;

Manipuler le vrai et le faux

Définition

On s'intéresse à la valeur de vérité des affirmations : vrai ou faux ? C'est soit l'un, soit l'autre.

Exemple

Considérons les affirmations suivantes

- « x est positif » ;
- « Si x est plus grand que 1 alors x est positif » ;

Manipuler le vrai et le faux

Définition

On s'intéresse à la valeur de vérité des affirmations : vrai ou faux ? C'est soit l'un, soit l'autre.

Exemple

Considérons les affirmations suivantes

- « x est positif » ;
- « Si x est plus grand que 1 alors x est positif » ;
- « Pour tout x entier, x est positif » ;

Manipuler le vrai et le faux

Définition

On s'intéresse à la valeur de vérité des affirmations : vrai ou faux ? C'est soit l'un, soit l'autre.

Exemple

Considérons les affirmations suivantes

- « x est positif » ;
- « Si x est plus grand que 1 alors x est positif » ;
- « Pour tout x entier, x est positif » ;
- « Il existe x entier tel que x est positif » ;

Exemple

Il se fait que :

- la première est vraie ou fausse selon la valeur de x,
- la seconde est vraie quelle que soit la valeur de x,
- la troisième est fausse et
- la dernière est vraie.

Connecteurs logiques

En construisant les affirmations, nous utilisons des connecteurs logique : « et » (noté $\wedge$), « ou » (noté $\vee$), « implique » (noté $\longrightarrow$), « négation de » (noté $\neg$).

Connecteurs logiques

En construisant les affirmations, nous utilisons des connecteurs logique : « et » (noté $\wedge$), « ou » (noté $\vee$), « implique » (noté $\longrightarrow$), « négation de » (noté $\neg$).

Exemple

S'il pleut ou s'il grèle, je prends mon parapluie.

Connecteurs logiques

En construisant les affirmations, nous utilisons des connecteurs logique : « et » (noté $\wedge$), « ou » (noté $\vee$), « implique » (noté $\longrightarrow$), « négation de » (noté $\neg$).

Exemple

S'il pleut ou s'il grèle, je prends mon parapluie.

- Notons P l'affirmation « Il pleut »,

Connecteurs logiques

En construisant les affirmations, nous utilisons des connecteurs logique : « et » (noté $\wedge$), « ou » (noté $\vee$), « implique » (noté $\longrightarrow$), « négation de » (noté $\neg$).

Exemple

S'il pleut ou s'il grèle, je prends mon parapluie.

- Notons P l'affirmation « Il pleut »,
- Notons G l'affirmation « Il grèle »,

Connecteurs logiques

En construisant les affirmations, nous utilisons des connecteurs logique : « et » (noté $\wedge$), « ou » (noté $\vee$), « implique » (noté $\longrightarrow$), « négation de » (noté $\neg$).

Exemple

S'il pleut ou s'il grèle, je prends mon parapluie.

- Notons P l'affirmation « Il pleut »,
- Notons G l'affirmation « Il grèle »,
- Notons A l'affirmation « Je prends mon parapluie ».

Connecteurs logiques

En construisant les affirmations, nous utilisons des connecteurs logique : « et » (noté $\wedge$), « ou » (noté $\vee$), « implique » (noté $\longrightarrow$), « négation de » (noté $\neg$).

Exemple

S'il pleut ou s'il grèle, je prends mon parapluie.

- Notons P l'affirmation « Il pleut »,
- Notons G l'affirmation « Il grèle »,
- Notons A l'affirmation « Je prends mon parapluie ».

Connecteurs logiques

En construisant les affirmations, nous utilisons des connecteurs logique : « et » (noté $\wedge$), « ou » (noté $\vee$), « implique » (noté $\longrightarrow$), « négation de » (noté $\neg$).

Exemple

S'il pleut ou s'il grèle, je prends mon parapluie.

- Notons P l'affirmation « Il pleut »,
- Notons G l'affirmation « Il grèle »,
- Notons A l'affirmation « Je prends mon parapluie ».

Alors on peut ré-écrire l'affirmation initiale sous forme symbolique :

Connecteurs logiques

En construisant les affirmations, nous utilisons des connecteurs logique : « et » (noté $\wedge$), « ou » (noté $\vee$), « implique » (noté $\longrightarrow$), « négation de » (noté $\neg$).

Exemple

S'il pleut ou s'il grèle, je prends mon parapluie.

- Notons P l'affirmation « Il pleut »,
- Notons G l'affirmation « Il grèle »,
- Notons A l'affirmation « Je prends mon parapluie ».

Alors on peut ré-écrire l'affirmation initiale sous forme symbolique : (le faire!)

Connecteurs logiques

En construisant les affirmations, nous utilisons des connecteurs logique : « et » (noté $\wedge$), « ou » (noté $\vee$), « implique » (noté $\longrightarrow$), « négation de » (noté $\neg$).

Exemple

S'il pleut ou s'il grèle, je prends mon parapluie.

- Notons P l'affirmation « Il pleut »,
- Notons G l'affirmation « Il grèle »,
- Notons A l'affirmation « Je prends mon parapluie ».

Alors on peut ré-écrire l'affirmation initiale sous forme symbolique : (le faire !)

$$(P \vee G) \longrightarrow A$$

Quantificateurs

Lorsqu'une proposition dépend d'une variable, sa valeur de vérité dépend de la variable.

Quantificateurs

Lorsqu'une proposition dépend d'une variable, sa valeur de vérité dépend de la variable.

Exemple

La proposition « x est positif »

Quantificateurs

Lorsqu'une proposition dépend d'une variable, sa valeur de vérité dépend de la variable.

Exemple

La proposition « x est positif » (nommons-la $P(x)$)

Quantificateurs

Lorsqu'une proposition dépend d'une variable, sa valeur de vérité dépend de la variable.

Exemple

La proposition « x est positif » (nommons-la $P(x)$) est parfois vraie, parfois fausse.

Quantificateurs

Lorsqu'une proposition dépend d'une variable, sa valeur de vérité dépend de la variable.

Exemple

La proposition « x est positif » (nommons-la $P(x)$) est parfois vraie, parfois fausse.

Le quantificateur « pour tout », noté $\forall$ s'utilise comme suit :

Quantificateurs

Lorsqu'une proposition dépend d'une variable, sa valeur de vérité dépend de la variable.

Exemple

La proposition « x est positif » (nommons-la $P(x)$) est parfois vraie, parfois fausse.

Le quantificateur « pour tout », noté $\forall$ s'utilise comme suit :

$\forall x, P(x)$ se traduit par « pour tout x, P(x) est vraie ».

Quantificateurs

Lorsqu'une proposition dépend d'une variable, sa valeur de vérité dépend de la variable.

Exemple

La proposition « x est positif » (nommons-la $P(x)$) est parfois vraie, parfois fausse.

Le quantificateur « pour tout », noté $\forall$ s'utilise comme suit :

$\forall x, P(x)$ se traduit par « pour tout x, P(x) est vraie ».

Le quantificateur « il existe », noté $\exists$ s'utilise comme suit :

Quantificateurs

Lorsqu'une proposition dépend d'une variable, sa valeur de vérité dépend de la variable.

Exemple

La proposition « x est positif » (nommons-la $P(x)$) est parfois vraie, parfois fausse.

Le quantificateur « pour tout », noté $\forall$ s'utilise comme suit :

$\forall x, P(x)$ se traduit par « pour tout x, P(x) est vraie ».

Le quantificateur « il existe », noté $\exists$ s'utilise comme suit :

$\exists x : P(x)$ se traduit par « Il existe une valeur de x telle que P(x) est vraie ».

Quantificateurs

Lorsqu'une proposition dépend d'une variable, sa valeur de vérité dépend de la variable.

Exemple

La proposition « x est positif » (nommons-la $P(x)$) est parfois vraie, parfois fausse.

Le quantificateur « pour tout », noté $\forall$ s'utilise comme suit :

$\forall x, P(x)$ se traduit par « pour tout x, P(x) est vraie ».

Le quantificateur « il existe », noté $\exists$ s'utilise comme suit :

$\exists x : P(x)$ se traduit par « Il existe une valeur de x telle que P(x) est vraie ».

Contenu de la section

Exemple

J'ai 3 paires de chaussettes différentes.

Exemple

J'ai 3 paires de chaussettes différentes. Si je choisis au hasard sans regarder,

Exemple

J'ai 3 paires de chaussettes différentes. Si je choisis au hasard sans regarder, combien dois-je prendre de chaussettes dans ma valise

Exemple

J'ai 3 paires de chaussettes différentes. Si je choisis au hasard sans regarder, combien dois-je prendre de chaussettes dans ma valise pour être totalement certain d'avoir au moins deux chaussettes d'une même paire ?

Exemple

J'ai 3 paires de chaussettes différentes. Si je choisis au hasard sans regarder, combien dois-je prendre de chaussettes dans ma valise pour être totalement certain d'avoir au moins deux chaussettes d'une même paire ?

Réponse :

Exemple

J'ai 3 paires de chaussettes différentes. Si je choisis au hasard sans regarder, combien dois-je prendre de chaussettes dans ma valise pour être totalement certain d'avoir au moins deux chaussettes d'une même paire ?

Réponse : 4.

Raisonnements

L'énigme

Il y a cinq maisons de cinq couleurs différentes.

Raisonnements

L'énigme

Il y a cinq maisons de cinq couleurs différentes.
Dans chacune de ces maisons, vit une personne de nationalité différente.

Raisonnements

L'énigme

Il y a cinq maisons de cinq couleurs différentes.
Dans chacune de ces maisons, vit une personne de nationalité différente.
Chacune de ces personnes boit une boisson différente, fume un cigare différent et a un animal domestique différent.

Raisonnements

L'énigme

Il y a cinq maisons de cinq couleurs différentes.
Dans chacune de ces maisons, vit une personne de nationalité différente.
Chacune de ces personnes boit une boisson différente, fume un cigare différent et a un animal domestique différent.

- *L'Anglais vit dans la maison rouge.*

Raisonnements
L'énigme

Il y a cinq maisons de cinq couleurs différentes.
Dans chacune de ces maisons, vit une personne de nationalité différente.
Chacune de ces personnes boit une boisson différente, fume un cigare différent et a un animal domestique différent.

- *L'Anglais vit dans la maison rouge.*
- *Le Suédois a des chiens.*

Raisonnements

L'énigme

Il y a cinq maisons de cinq couleurs différentes.
Dans chacune de ces maisons, vit une personne de nationalité différente.
Chacune de ces personnes boit une boisson différente, fume un cigare différent et a un animal domestique différent.

- *L'Anglais vit dans la maison rouge.*
- *Le Suédois a des chiens.*
- *Le Danois boit du thé.*

Raisonnements
L'énigme

Il y a cinq maisons de cinq couleurs différentes.
Dans chacune de ces maisons, vit une personne de nationalité différente.
Chacune de ces personnes boit une boisson différente, fume un cigare différent et a un animal domestique différent.

- *L'Anglais vit dans la maison rouge.*
- *Le Suédois a des chiens.*
- *Le Danois boit du thé.*
- *La maison verte est à gauche de la maison blanche.*

Raisonnements

L'énigme

Il y a cinq maisons de cinq couleurs différentes.
Dans chacune de ces maisons, vit une personne de nationalité différente.
Chacune de ces personnes boit une boisson différente, fume un cigare différent et a un animal domestique différent.

- *L'Anglais vit dans la maison rouge.*
- *Le Suédois a des chiens.*
- *Le Danois boit du thé.*
- *La maison verte est à gauche de la maison blanche.*
- *Le propriétaire de la maison verte boit du café.*

Raisonnements

L'énigme

Il y a cinq maisons de cinq couleurs différentes.
Dans chacune de ces maisons, vit une personne de nationalité différente.
Chacune de ces personnes boit une boisson différente, fume un cigare différent et a un animal domestique différent.

- *L'Anglais vit dans la maison rouge.*
- *Le Suédois a des chiens.*
- *Le Danois boit du thé.*
- *La maison verte est à gauche de la maison blanche.*
- *Le propriétaire de la maison verte boit du café.*
- $\vdots$

Raisonnements

L'énigme

Il y a cinq maisons de cinq couleurs différentes.
Dans chacune de ces maisons, vit une personne de nationalité différente.
Chacune de ces personnes boit une boisson différente, fume un cigare différent et a un animal domestique différent.

- *L'Anglais vit dans la maison rouge.*
- *Le Suédois a des chiens.*
- *Le Danois boit du thé.*
- *La maison verte est à gauche de la maison blanche.*
- *Le propriétaire de la maison verte boit du café.*
- $\vdots$
- *(l'énoncé complet se trouve dans le syllabus et sur Internet)*

Raisonnements
L'énigme

Il y a cinq maisons de cinq couleurs différentes.
Dans chacune de ces maisons, vit une personne de nationalité différente.
Chacune de ces personnes boit une boisson différente, fume un cigare différent et a un animal domestique différent.

- *L'Anglais vit dans la maison rouge.*
- *Le Suédois a des chiens.*
- *Le Danois boit du thé.*
- *La maison verte est à gauche de la maison blanche.*
- *Le propriétaire de la maison verte boit du café.*
- $\vdots$
- *(l'énoncé complet se trouve dans le syllabus et sur Internet)*

Raisonnements

L'énigme

Il y a cinq maisons de cinq couleurs différentes.
Dans chacune de ces maisons, vit une personne de nationalité différente.
Chacune de ces personnes boit une boisson différente, fume un cigare différent et a un animal domestique différent.

- *L'Anglais vit dans la maison rouge.*
- *Le Suédois a des chiens.*
- *Le Danois boit du thé.*
- *La maison verte est à gauche de la maison blanche.*
- *Le propriétaire de la maison verte boit du café.*
- ⋮
- *(l'énoncé complet se trouve dans le syllabus et sur Internet)*

Question :

Raisonnements

L'énigme

Il y a cinq maisons de cinq couleurs différentes.
Dans chacune de ces maisons, vit une personne de nationalité différente.
Chacune de ces personnes boit une boisson différente, fume un cigare différent et a un animal domestique différent.

- *L'Anglais vit dans la maison rouge.*
- *Le Suédois a des chiens.*
- *Le Danois boit du thé.*
- *La maison verte est à gauche de la maison blanche.*
- *Le propriétaire de la maison verte boit du café.*
- $\vdots$
- *(l'énoncé complet se trouve dans le syllabus et sur Internet)*

Question : qui a le poisson ?

Raisonnement par l'absurde

Question

Existe-t-il un nombre qui, multiplé par 0, vaut 1 ?

Raisonnement par l'absurde

Question

Existe-t-il un nombre qui, multiplé par 0, vaut 1 ?

Exemple

Supposons, par l'absurde, qu'un tel nombre a existe.

Raisonnement par l'absurde

Question

Existe-t-il un nombre qui, multiplié par 0, vaut 1 ?

Exemple

Supposons, par l'absurde, qu'un tel nombre a existe.
Nous voulons $0a = 1$.

Raisonnement par l'absurde

Question

Existe-t-il un nombre qui, multiplé par 0, vaut 1 ?

Exemple

Supposons, par l'absurde, qu'un tel nombre a existe.
Nous voulons $0a = 1$.
Or $a0 = 0$.

Raisonnement par l'absurde

Question

Existe-t-il un nombre qui, multiplé par 0, vaut 1 ?

Exemple

Supposons, par l'absurde, qu'un tel nombre a existe.
Nous voulons $0a = 1$.
Or $a0 = 0$.
Dès lors nous aurions $0 = 1$

Raisonnement par l'absurde

Question

Existe-t-il un nombre qui, multiplé par 0, vaut 1 ?

Exemple

Supposons, par l'absurde, qu'un tel nombre a existe.
Nous voulons $0a = 1$.
Or $a0 = 0$.
Dès lors nous aurions $0 = 1$, qui est une contradiction.

Raisonnement par l'absurde

Question

Existe-t-il un nombre qui, multiplé par 0, vaut 1 ?

Exemple

Supposons, par l'absurde, qu'un tel nombre a existe.
Nous voulons $0a = 1$.
Or $a0 = 0$.
Dès lors nous aurions $0 = 1$, qui est une contradiction.

Contraposée

Exemple

Contraposée

Exemple

Les affirmations « S'il pleut je prends mon parapluie » et

Contraposée

Exemple

Les affirmations « S'il pleut je prends mon parapluie » et « Si je ne prends pas mon parapluie, c'est qu'il ne pleut pas »

Contraposée

Exemple

Les affirmations « S'il pleut je prends mon parapluie » et « Si je ne prends pas mon parapluie, c'est qu'il ne pleut pas » sont équivalentes du point de vue des valeurs de vérité.

Contraposée

Exemple

Les affirmations « S'il pleut je prends mon parapluie » et « Si je ne prends pas mon parapluie, c'est qu'il ne pleut pas » sont équivalentes du point de vue des valeurs de vérité. On peut également facilement passer de l'une à l'autre par un raisonnement par l'absurde.

Exemple

Contraposée

Exemple

Les affirmations « S'il pleut je prends mon parapluie » et « Si je ne prends pas mon parapluie, c'est qu'il ne pleut pas » sont équivalentes du point de vue des valeurs de vérité. On peut également facilement passer de l'une à l'autre par un raisonnement par l'absurde.

Exemple

« Si x est divisible par 6, alors x est pair »

Contraposée

Exemple

Les affirmations « S'il pleut je prends mon parapluie » et « Si je ne prends pas mon parapluie, c'est qu'il ne pleut pas » sont équivalentes du point de vue des valeurs de vérité. On peut également facilement passer de l'une à l'autre par un raisonnement par l'absurde.

Exemple

« Si x est divisible par 6, alors x est pair » est équivalente à « Si x n'est pas pair, alors x n'est pas divisible par 6 ».

Contraposée

Exemple

Les affirmations « S'il pleut je prends mon parapluie » et « Si je ne prends pas mon parapluie, c'est qu'il ne pleut pas » sont équivalentes du point de vue des valeurs de vérité. On peut également facilement passer de l'une à l'autre par un raisonnement par l'absurde.

Exemple

« Si x est divisible par 6, alors x est pair » est équivalente à « Si x n'est pas pair, alors x n'est pas divisible par 6 ».

Théorème (Principe général du raisonnement par contraposée)

Contraposée

Exemple

Les affirmations « S'il pleut je prends mon parapluie » et « Si je ne prends pas mon parapluie, c'est qu'il ne pleut pas » sont équivalentes du point de vue des valeurs de vérité. On peut également facilement passer de l'une à l'autre par un raisonnement par l'absurde.

Exemple

« Si x est divisible par 6, alors x est pair » est équivalente à « Si x n'est pas pair, alors x n'est pas divisible par 6 ».

Théorème (Principe général du raisonnement par contraposée)

Si P et Q sont des affirmations,

Contraposée

Exemple

Les affirmations « S'il pleut je prends mon parapluie » et « Si je ne prends pas mon parapluie, c'est qu'il ne pleut pas » sont équivalentes du point de vue des valeurs de vérité. On peut également facilement passer de l'une à l'autre par un raisonnement par l'absurde.

Exemple

« Si x est divisible par 6, alors x est pair » est équivalente à « Si x n'est pas pair, alors x n'est pas divisible par 6 ».

Théorème (Principe général du raisonnement par contraposée)

Si P et Q sont des affirmations, alors l'affirmation $P \to Q$ est équivalente à

Contraposée

Exemple

Les affirmations « S'il pleut je prends mon parapluie » et « Si je ne prends pas mon parapluie, c'est qu'il ne pleut pas » sont équivalentes du point de vue des valeurs de vérité. On peut également facilement passer de l'une à l'autre par un raisonnement par l'absurde.

Exemple

« Si x est divisible par 6, alors x est pair » est équivalente à « Si x n'est pas pair, alors x n'est pas divisible par 6 ».

Théorème (Principe général du raisonnement par contraposée)

Si P et Q sont des affirmations, alors l'affirmation $P \to Q$ est équivalente à $(\neg Q) \to (\neg P)$.

Contraposée

Exemple

Les affirmations « S'il pleut je prends mon parapluie » et « Si je ne prends pas mon parapluie, c'est qu'il ne pleut pas » sont équivalentes du point de vue des valeurs de vérité. On peut également facilement passer de l'une à l'autre par un raisonnement par l'absurde.

Exemple

« Si x est divisible par 6, alors x est pair » est équivalente à « Si x n'est pas pair, alors x n'est pas divisible par 6 ».

Théorème (Principe général du raisonnement par contraposée)

Si P et Q sont des affirmations, alors l'affirmation $P \to Q$ est équivalente à $(\neg Q) \to (\neg P)$.

Construisons les tables de vérité

Contraposée

Exemple

Les affirmations « S'il pleut je prends mon parapluie » et « Si je ne prends pas mon parapluie, c'est qu'il ne pleut pas » sont équivalentes du point de vue des valeurs de vérité. On peut également facilement passer de l'une à l'autre par un raisonnement par l'absurde.

Exemple

« Si x est divisible par 6, alors x est pair » est équivalente à « Si x n'est pas pair, alors x n'est pas divisible par 6 ».

Théorème (Principe général du raisonnement par contraposée)

Si P et Q sont des affirmations, alors l'affirmation $P \to Q$ est équivalente à $(\neg Q) \to (\neg P)$.

Construisons les tables de vérité (le faire).

Démonstration par récurrence / induction

Principe

Supposons que nous voulions démontrer une proposition $p(n)$ pour tout entier naturel n

Démonstration par récurrence / induction

Principe

Supposons que nous voulions démontrer une proposition $p(n)$ pour tout entier naturel n (c'est-à-dire $n = 0, 1, 2, \ldots$).

Démonstration par récurrence / induction

Principe

Supposons que nous voulions démontrer une proposition $p(n)$ pour tout entier naturel n (c'est-à-dire $n = 0, 1, 2, \ldots$).
Si nous pouvons prouver :

Démonstration par récurrence / induction

Principe

Supposons que nous voulions démontrer une proposition $p(n)$ pour tout entier naturel n (c′est-à-dire $n = 0, 1, 2, \ldots$).
Si nous pouvons prouver :

- $p(0)$ (« le pas initial »), et

Démonstration par récurrence / induction

Principe

Supposons que nous voulions démontrer une proposition $p(n)$ pour tout entier naturel n (c'est-à-dire $n = 0, 1, 2, \ldots$).

Si nous pouvons prouver :

- $p(0)$ (« le pas initial »), et
- $\forall k \in \mathbb{N}, (p(k) \rightarrow p(k+1))$ (« l'étape d'induction »),

Démonstration par récurrence / induction

Principe

Supposons que nous voulions démontrer une proposition $p(n)$ pour tout entier naturel n (c'est-à-dire $n = 0, 1, 2, \ldots$).
Si nous pouvons prouver :

- $p(0)$ (« le pas initial »), et
- $\forall k \in \mathbb{N}, (p(k) \rightarrow p(k+1))$ (« l'étape d'induction »),

Démonstration par récurrence / induction

Principe

Supposons que nous voulions démontrer une proposition $p(n)$ pour tout entier naturel n (c'est-à-dire $n = 0, 1, 2, \ldots$).
Si nous pouvons prouver :

- $p(0)$ (« le pas initial »), et
- $\forall k \in \mathbb{N}, (p(k) \to p(k+1))$ (« l'étape d'induction »),

alors le principe d'induction affirme que $\forall n \in \mathbb{N}, p(n)$.

Démonstration par récurrence / induction

Exemple

Montrons par récurrence que la somme des entiers de 0 à n vaut $\frac{n(n+1)}{2}$. C'est notre affirmation $p(n)$.
L'affirmation $p(0)$ est : « La somme des entiers de 0 à 0 vaut 0. »

Démonstration par récurrence / induction

Exemple

Montrons par récurrence que la somme des entiers de 0 à n vaut $\frac{n(n+1)}{2}$. C'est notre affirmation $p(n)$.

L'affirmation $p(0)$ est : « La somme des entiers de 0 à 0 vaut 0. »

Ceci étant clair, le pas initial est donc prouvé.

Démonstration par récurrence / induction

Exemple

Montrons par récurrence que la somme des entiers de 0 à n vaut $\frac{n(n+1)}{2}$. C'est notre affirmation $p(n)$.
L'affirmation $p(0)$ est : « La somme des entiers de 0 à 0 vaut 0. »
Ceci étant clair, le pas initial est donc prouvé.

Démonstration par récurrence / induction

Exemple

Pour l'étape d'induction, fixons un nombre k quelconque, et supposons $p(k)$, c'est-à dire supposons

Démonstration par récurrence / induction
Exemple

Pour l'étape d'induction, fixons un nombre k quelconque, et supposons $p(k)$, c'est-à dire supposons

$$0 + 1 + \cdots + k = \frac{k(k+1)}{2}.$$

Démonstration par récurrence / induction

Exemple

Pour l'étape d'induction, fixons un nombre k quelconque, et supposons $p(k)$, c'est-à dire supposons

$$0 + 1 + \cdots + k = \frac{k(k+1)}{2}.$$

Nous voulons montrer $p(k+1)$, c'est-à-dire :

$$0 + 1 + \cdots + (k+1) = \frac{(k+1)(k+2)}{2}.$$

Démonstration par récurrence / induction

Exemple

Pour l'étape d'induction, fixons un nombre k quelconque, et supposons $p(k)$, c'est-à dire supposons

$$0+1+\cdots+k=\frac{k(k+1)}{2}.$$

Nous voulons montrer $p(k+1)$, c'est-à-dire :

$$0+1+\cdots+(k+1)=\frac{(k+1)(k+2)}{2}.$$

Or la somme du membre de gauche « passe » par k, c'est-à-dire qu'on peut l'écrire sous la forme

$$\underbrace{0+1+\cdots+k}_{=\frac{k(k+1)}{2}}+(k+1)=\frac{k(k+1)}{2}+(k+1)$$

Démonstration par récurrence / induction

Exemple

Pour l'étape d'induction, fixons un nombre k quelconque, et supposons $p(k)$, c'est-à dire supposons

$$0+1+\cdots+k=\frac{k(k+1)}{2}.$$

Nous voulons montrer $p(k+1)$, c'est-à-dire :

$$0+1+\cdots+(k+1)=\frac{(k+1)(k+2)}{2}.$$

Or la somme du membre de gauche « passe » par k, c'est-à-dire qu'on peut l'écrire sous la forme

$$\underbrace{0+1+\cdots+k}_{=\frac{k(k+1)}{2}}+(k+1)=\frac{k(k+1)}{2}+(k+1)$$

Démonstration par récurrence / induction

Exemple

En mettant alors au même dénominateur, nous obtenons

$$\frac{k(k+1)}{2} + (k+1) = \frac{k(k+1) + 2(k+1)}{2}$$

Démonstration par récurrence / induction

Exemple

En mettant alors au même dénominateur, nous obtenons

$$\frac{k(k+1)}{2}+(k+1)=\frac{k(k+1)+2(k+1)}{2}$$

et, en mettant $k+1$ en évidence, nous avons :

$$\frac{k(k+1)+2(k+1)}{2}=\frac{(k+2)(k+1)}{2}$$

Démonstration par récurrence / induction

Exemple

En mettant alors au même dénominateur, nous obtenons

$$\frac{k(k+1)}{2}+(k+1)=\frac{k(k+1)+2(k+1)}{2}$$

et, en mettant $k+1$ en évidence, nous avons :

$$\frac{k(k+1)+2(k+1)}{2}=\frac{(k+2)(k+1)}{2}$$

Mettant maintenant bout à bout nos dernières égalités, nous avons obtenu :

$$0+1+\cdots+(k+1)=\frac{(k+1)(k+2)}{2}$$

ce que nous voulions démontrer !

Démonstration par récurrence / induction

Exemple

En mettant alors au même dénominateur, nous obtenons
$$\frac{k(k+1)}{2}+(k+1)=\frac{k(k+1)+2(k+1)}{2}$$
et, en mettant $k+1$ en évidence, nous avons :
$$\frac{k(k+1)+2(k+1)}{2}=\frac{(k+2)(k+1)}{2}$$
Mettant maintenant bout à bout nos dernières égalités, nous avons obtenu :
$$0+1+\cdots+(k+1)=\frac{(k+1)(k+2)}{2}$$
ce que nous voulions démontrer !
Par le principe d'induction, l'égalité $p(n)$ est donc vraie pour tout entier n.

Modélisation

Pour beaucoup, les mathématiques seront un outil pour étudier une certaine réalité.

Modélisation

Pour beaucoup, les mathématiques seront un outil pour étudier une certaine réalité.
La réalité étant bien généralement trop complexe, il faudra la simplifier.

Modélisation

Pour beaucoup, les mathématiques seront un outil pour étudier une certaine réalité.
La réalité étant bien généralement trop complexe, il faudra la simplifier.
Le passage d'une réalité complexe

Modélisation

Pour beaucoup, les mathématiques seront un outil pour étudier une certaine réalité.
La réalité étant bien généralement trop complexe, il faudra la simplifier.
Le passage d'une réalité complexe à une vision mathématisée

Modélisation

Pour beaucoup, les mathématiques seront un outil pour étudier une certaine réalité.
La réalité étant bien généralement trop complexe, il faudra la simplifier.
Le passage d'une réalité complexe à une vision mathématisée, moins complexe,

Modélisation

Pour beaucoup, les mathématiques seront un outil pour étudier une certaine réalité.
La réalité étant bien généralement trop complexe, il faudra la simplifier.
Le passage d'une réalité complexe à une vision mathématisée, moins complexe, est la *modélisation* du problème.

Modélisation

Pour beaucoup, les mathématiques seront un outil pour étudier une certaine réalité.
La réalité étant bien généralement trop complexe, il faudra la simplifier.
Le passage d'une réalité complexe à une vision mathématisée, moins complexe, est la *modélisation* du problème.

Exemple

« On lance une pièce de monnaie. » Il faut d'abord définir ce à quoi on s'intéresse :

- La trajectoire de la pièce ?

Modélisation

Pour beaucoup, les mathématiques seront un outil pour étudier une certaine réalité.
La réalité étant bien généralement trop complexe, il faudra la simplifier.
Le passage d'une réalité complexe à une vision mathématisée, moins complexe, est la *modélisation* du problème.

Exemple

« On lance une pièce de monnaie. » Il faut d'abord définir ce à quoi on s'intéresse :

- La trajectoire de la pièce ?
- La manière dont elle tourne ?

Modélisation

Pour beaucoup, les mathématiques seront un outil pour étudier une certaine réalité.
La réalité étant bien généralement trop complexe, il faudra la simplifier.
Le passage d'une réalité complexe à une vision mathématisée, moins complexe, est la *modélisation* du problème.

Exemple

« On lance une pièce de monnaie. » Il faut d'abord définir ce à quoi on s'intéresse :

- La trajectoire de la pièce ?
- La manière dont elle tourne ?
- Au déplacement d'air qu'elle provoque ?

Modélisation

Pour beaucoup, les mathématiques seront un outil pour étudier une certaine réalité.
La réalité étant bien généralement trop complexe, il faudra la simplifier.
Le passage d'une réalité complexe à une vision mathématisée, moins complexe, est la *modélisation* du problème.

Exemple

« On lance une pièce de monnaie. » Il faut d'abord définir ce à quoi on s'intéresse :

- La trajectoire de la pièce ?
- La manière dont elle tourne ?
- Au déplacement d'air qu'elle provoque ?
- Aux processus cognitifs qui font qu'on est capable ou pas de rattraper la pièce avant qu'elle retombe ?

Modélisation

Pour beaucoup, les mathématiques seront un outil pour étudier une certaine réalité.
La réalité étant bien généralement trop complexe, il faudra la simplifier.
Le passage d'une réalité complexe à une vision mathématisée, moins complexe, est la *modélisation* du problème.

Exemple

« On lance une pièce de monnaie. » Il faut d'abord définir ce à quoi on s'intéresse :

- La trajectoire de la pièce ?
- La manière dont elle tourne ?
- Au déplacement d'air qu'elle provoque ?
- Aux processus cognitifs qui font qu'on est capable ou pas de ratrapper la pièce avant qu'elle retombe ?
- Ou, simplement, au résultat « pile » ou « face » obtenu ?

Contenu de la section

Une classification des nombres

Si on note $\mathbb{R}$ l'ensemble des nombres dits « réels »

Une classification des nombres

Si on note $\mathbb{R}$ l'ensemble des nombres dits « réels », on a des inclusions :

Une classification des nombres

Si on note $\mathbb{R}$ l'ensemble des nombres dits « réels », on a des inclusions :

$$\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$$

Une classification des nombres

Si on note $\mathbb{R}$ l'ensemble des nombres dits « réels », on a des inclusions :

$$\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$$

où

- $\mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3, \ldots\}$ est l'ensemble des (entiers) naturels.

Une classification des nombres

Si on note $\mathbb{R}$ l'ensemble des nombres dits « réels », on a des inclusions :

$$\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$$

où

- $\mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3, \dots\}$ est l'ensemble des (entiers) naturels.
- $\mathbb{Z} = \{0, 1, -1, 2, -2, 3, -3, \dots\}$ est l'ensemble des entiers (relatifs).

Une classification des nombres

Si on note $\mathbb{R}$ l'ensemble des nombres dits « réels », on a des inclusions :

$$\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$$

où

- $\mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3, \dots\}$ est l'ensemble des (entiers) naturels.
- $\mathbb{Z} = \{0, 1, -1, 2, -2, 3, -3, \dots\}$ est l'ensemble des entiers (relatifs).
- $\mathbb{Q}$ est l'ensemble des rationnels (nombres qui s'écrivent comme fractions d'entiers).

Une classification des nombres

Si on note $\mathbb{R}$ l'ensemble des nombres dits « réels », on a des inclusions :

$$\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$$

où

- $\mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3, \dots\}$ est l'ensemble des (entiers) naturels.
- $\mathbb{Z} = \{0, 1, -1, 2, -2, 3, -3, \dots\}$ est l'ensemble des entiers (relatifs).
- $\mathbb{Q}$ est l'ensemble des rationnels (nombres qui s'écrivent comme fractions d'entiers).

Une classification des nombres

Si on note $\mathbb{R}$ l'ensemble des nombres dits « réels », on a des inclusions :

$$\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$$

où

- $\mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3, \ldots\}$ est l'ensemble des (entiers) naturels.
- $\mathbb{Z} = \{0, 1, -1, 2, -2, 3, -3, \ldots\}$ est l'ensemble des entiers (relatifs).
- $\mathbb{Q}$ est l'ensemble des rationnels (nombres qui s'écrivent comme fractions d'entiers).

Les nombres réels qui ne sont pas dans $\mathbb{Q}$ sont dits « irrationnels » (p.ex. $\sqrt{3}$, π, etc.)

Développement décimal

Le développement décimal d'un nombre est son écriture « en chiffres ».

Développement décimal

Le développement décimal d'un nombre est son écriture « en chiffres ».
Dans le tableau, le développement décimal de x est y :

Développement décimal

Le développement décimal d'un nombre est son écriture « en chiffres ».

Dans le tableau, le développement décimal de x est y :

x	y
1	1
1/2	0.5
1/3	0.333...3...
1/11	0.090909...09...
π	3.14159...

Théorème

Développement décimal

Le développement décimal d'un nombre est son écriture « en chiffres ».
Dans le tableau, le développement décimal de x est y :

x	y
1	1
1/2	0.5
1/3	0.333...3...
1/11	0.090909...09...
π	3.14159...

Théorème

Un nombre est rationnel

Développement décimal

Le développement décimal d'un nombre est son écriture « en chiffres ».
Dans le tableau, le développement décimal de x est y :

x	y
1	1
1/2	0.5
1/3	0.333...3...
1/11	0.090909...09...
π	3.14159...

Théorème

Un nombre est rationnel si et seulement si son développement décimal est périodique.

Développement décimal

Le développement décimal d'un nombre est son écriture « en chiffres ».
Dans le tableau, le développement décimal de x est y :

x	y
1	1
1/2	0.5
1/3	0.333...3...
1/11	0.090909...09...
π	3.14159...

Théorème

Un nombre est rationnel si et seulement si son développement décimal est périodique.

Précision, illusion de précision et arrondis

Exemple

Précision, illusion de précision et arrondis

Exemple

En roulant à vélo à $20\,\mathrm{km\,h^{-1}}$ pendant 10 minutes, la distance parcourue est de 3.333...3...km.

Précision, illusion de précision et arrondis

Exemple

En roulant à vélo à $20\,\mathrm{km\,h^{-1}}$ pendant 10 minutes, la distance parcourue est de 3.333...3...km.

La présence des décimales laisse croire à une précision importante dans le calcul,

Précision, illusion de précision et arrondis

Exemple

En roulant à vélo à $20\,\mathrm{km\,h^{-1}}$ pendant 10 minutes, la distance parcourue est de 3.333...3...km.

La présence des décimales laisse croire à une précision importante dans le calcul, alors qu'en réalité la vitesse utilisée (20 à l'heure) était probablement une approximation grossière.

Précision, illusion de précision et arrondis

Exemple

En roulant à vélo à $20\,\mathrm{km\,h^{-1}}$ pendant 10 minutes, la distance parcourue est de 3.333...3...km.

La présence des décimales laisse croire à une précision importante dans le calcul, alors qu'en réalité la vitesse utilisée (20 à l'heure) était probablement une approximation grossière.
$\Rightarrow$ Dans les problèmes physique, on arrondit généralement les réponses.

Précision, illusion de précision et arrondis

Exemple

En roulant à vélo à $20\,\mathrm{km\,h^{-1}}$ pendant 10 minutes, la distance parcourue est de 3.333...3...km.

La présence des décimales laisse croire à une précision importante dans le calcul, alors qu'en réalité la vitesse utilisée (20 à l'heure) était probablement une approximation grossière.
$\Rightarrow$ Dans les problèmes physique, on arrondit généralement les réponses.

Contenu de la section

Contenu de la section

Les nombres peuvent être comparés entre eux.

Les nombres peuvent être comparés entre eux.

Définition

On dit que

- « a est strictement inférieur à b »,

Les nombres peuvent être comparés entre eux.

Définition

On dit que

- « a est strictement inférieur à b », noté $a < b$,

Les nombres peuvent être comparés entre eux.

Définition

On dit que

- « a est strictement inférieur à b », noté $a < b$, si a est plus petit et différent de b ;

Les nombres peuvent être comparés entre eux.

Définition

On dit que

- « a est strictement inférieur à b », noté $a < b$, si a est plus petit et différent de b ;
- « a est strictement supérieur à b »,

Les nombres peuvent être comparés entre eux.

Définition

On dit que

- « a est strictement inférieur à b », noté $a < b$, si a est plus petit et différent de b ;
- « a est strictement supérieur à b », noté $a > b$,

Les nombres peuvent être comparés entre eux.

Définition

On dit que

- « a est strictement inférieur à b », noté $a < b$, si a est plus petit et différent de b ;
- « a est strictement supérieur à b », noté $a > b$, si a est plus grand et différent de b ;

Les nombres peuvent être comparés entre eux.

Définition

On dit que

- « a est strictement inférieur à b », noté $a < b$, si a est plus petit et différent de b ;
- « a est strictement supérieur à b », noté $a > b$, si a est plus grand et différent de b ;
- « a est inférieur à b » (ou « inférieur ou égal »), noté $a \leq b$, si a est plus petit ou égal à b ;

Les nombres peuvent être comparés entre eux.

Définition

On dit que

- « a est strictement inférieur à b », noté $a < b$, si a est plus petit et différent de b ;
- « a est strictement supérieur à b », noté $a > b$, si a est plus grand et différent de b ;
- « a est inférieur à b » (ou « inférieur ou égal »), noté $a \leq b$, si a est plus petit ou égal à b ;
- « a est supérieur à b » (ou « supérieur ou égal »), noté $a \geq b$, si a est plus grand ou égal à b.

Exemple

Les affirmations suivantes sont vraies :

- $2 \leq 3$
- $2 < 3$
- $-2 \leq 1$
- $-2 \leq -1$
- $2 \leq 2$
- $2 \geq 2$
- $5 > 3$

Exemple

Les affirmations suivantes sont vraies :

- $2 \leq 3$
- $2 < 3$
- $-2 \leq 1$
- $-2 \leq -1$
- $2 \leq 2$
- $2 \geq 2$
- $5 > 3$

Exemple

Mais celles-ci sont fausses :

- $2 \geq 3$
- $-2 \geq 1$
- $-2 \geq -1$
- $2 < 2$
- $2 > 2$
- $5 < 3$

Nous supposons les résultats suivant connus.

Résultat

Pour tous réels a, b, c, nous avons :

Nous supposons les résultats suivant connus.

Résultat

Pour tous réels a, b, c, nous avons :

- *Si $a \leq b$ et $b \leq a$, alors $a = b$*

Nous supposons les résultats suivant connus.

Résultat

Pour tous réels a, b, c, nous avons :

- *Si $a \leq b$ et $b \leq a$, alors $a = b$*
- *Si $a \leq b$ et $b \leq c$, alors $a \leq c$ (propriété de transitivité).*

Nous supposons les résultats suivant connus.

Résultat

Pour tous réels a, b, c, nous avons :

- *Si $a \leq b$ et $b \leq a$, alors $a = b$*
- *Si $a \leq b$ et $b \leq c$, alors $a \leq c$ (propriété de transitivité).*

Résultat

Soient a, b des nombres réels tels que $a \leq b$.

Nous supposons les résultats suivant connus.

Résultat

Pour tous réels a, b, c, nous avons :

- *Si $a \leq b$ et $b \leq a$, alors $a = b$*
- *Si $a \leq b$ et $b \leq c$, alors $a \leq c$ (propriété de transitivité).*

Résultat

Soient a, b des nombres réels tels que $a \leq b$. Alors pour tout réel c nous avons

Nous supposons les résultats suivant connus.

Résultat

Pour tous réels a, b, c, nous avons :

- *Si $a \leq b$ et $b \leq a$, alors $a = b$*
- *Si $a \leq b$ et $b \leq c$, alors $a \leq c$ (propriété de transitivité).*

Résultat

Soient a, b des nombres réels tels que $a \leq b$. Alors pour tout réel c nous avons

$$a + c \leq b + c.$$

De plus, si $c \geq 0$, on a

Nous supposons les résultats suivant connus.

Résultat

Pour tous réels a, b, c, nous avons :

- *Si $a \leq b$ et $b \leq a$, alors $a = b$*
- *Si $a \leq b$ et $b \leq c$, alors $a \leq c$ (propriété de transitivité).*

Résultat

Soient a, b des nombres réels tels que $a \leq b$. Alors pour tout réel c nous avons

$$a + c \leq b + c.$$

De plus, si $c \geq 0$, on a

$$ac \leq bc$$

Résultat

Soient a, b, c, d *des réels vérifiant* $a \leq b$ *et* $c \leq d$.

Résultat

Soient a, b, c, d *des réels vérifiant* $a \leq b$ *et* $c \leq d$. *Alors*

$$a + c \leq b + d.$$

Résultat

Soient a, b, c, d *des réels vérifiant* $a \leq b$ *et* $c \leq d$*. Alors*

$$a + c \leq b + d.$$

De plus, si $0 \leq a$ *et* $0 \leq c$*, alors*

Résultat

Soient a, b, c, d des réels vérifiant $a \leq b$ et $c \leq d$. Alors

$$a + c \leq b + d.$$

De plus, si $0 \leq a$ et $0 \leq c$, alors

$$ac \leq bd.$$

Démonstration.

Comme $a \leq b$, alors $a + c \leq b + c$ (résultat précédent).