Contenu de la section

- Calculs en composantes
- Équations

Information

Guidance en mathématiques

Dans quel but ?

- Répondre à vos **questions**
  - sur le cours de maths, et
  - sur les pré-requis.
- Vous **ré-expliquer** la matière.
- Vous guider dans les **exercices** du cours.

Information

Guidance en mathématiques

Organisation

- Des permanences durant les semaines de cours :
  - en petit comité
  - Dès lundi, sur les temps de midi (12h–14h).
  - sur le campus Plaine (au bâtiment A)
  - par des personnes externes au cours ;
  - on vous demande votre section à des fins statistiques, et c'est tout.
- Des permanences pendant les blocus.
- Par email : gmath@ulb.ac.be

Information

Guidance en mathématiques

En pratique ?

- Inscrivez-vous au cours MATHY029 (« Aide à la réussite en mathématiques ») sur l'Université Virtuelle.
- Venez !

Calcul en composantes
Rappels

- les composantes du vecteur allant de **a** à **b**

Calcul en composantes
Rappels

- les composantes du vecteur allant de **a** à **b** sont données par la différence entre

Calcul en composantes
Rappels

- les composantes du vecteur allant de **a** à **b** sont données par la différence entre
    1. les coordonées du point d'arrivée, avec

Calcul en composantes

Rappels

- les composantes du vecteur allant de **a** à **b** sont données par la différence entre
  1. les coordonées du point d'arrivée, avec
  2. les coordonées du point de départs.

Calcul en composantes
Rappels

- les composantes du vecteur allant de **a** à **b** sont données par la différence entre
  1. les coordonées du point d'arrivée, avec
  2. les coordonées du point de départs.

$$\overrightarrow{ab} = \mathbf{b} - \mathbf{a}$$

- La somme d'un point avec un vecteur basé en ce point

Calcul en composantes

Rappels

- les composantes du vecteur allant de **a** à **b** sont données par la différence entre
  1. les coordonées du point d'arrivée, avec
  2. les coordonées du point de départs.

$$\overrightarrow{ab} = \mathbf{b} - \mathbf{a}$$

- La somme d'un point avec un vecteur basé en ce point est égal au point translaté par le vecteur :

Calcul en composantes
Rappels

- les composantes du vecteur allant de $\mathbf{a}$ à $\mathbf{b}$ sont données par la différence entre
  1. les coordonées du point d'arrivée, avec
  2. les coordonées du point de départs.

$$\overrightarrow{ab} = \mathbf{b} - \mathbf{a}$$

- La somme d'un point avec un vecteur basé en ce point est égal au point translaté par le vecteur : $\mathbf{a} + \overrightarrow{ab} = \mathbf{b}$

Calcul en composantes
Rappels

- les composantes du vecteur allant de **a** à **b** sont données par la différence entre
  1. les coordonées du point d'arrivée, avec
  2. les coordonées du point de départs.

$$\overrightarrow{ab} = \mathbf{b} - \mathbf{a}$$

- La somme d'un point avec un vecteur basé en ce point est égal au point translaté par le vecteur : $\mathbf{a} + \overrightarrow{ab} = \mathbf{b}$
- La somme de deux vecteurs basés au même point

Calcul en composantes

Rappels

- les composantes du vecteur allant de $\mathbf{a}$ à $\mathbf{b}$ sont données par la différence entre
  1. les coordonées du point d'arrivée, avec
  2. les coordonées du point de départs.

$$\overrightarrow{ab} = \mathbf{b} - \mathbf{a}$$

- La somme d'un point avec un vecteur basé en ce point est égal au point translaté par le vecteur : $\mathbf{a} + \overrightarrow{ab} = \mathbf{b}$
- La somme de deux vecteurs basés au même point est un vecteur basé en ce point, dont le point d'arrivée est donné

Calcul en composantes

Rappels

- les composantes du vecteur allant de **a** à **b** sont données par la différence entre
  1. les coordonées du point d'arrivée, avec
  2. les coordonées du point de départs.

$$\overrightarrow{ab} = \mathbf{b} - \mathbf{a}$$

- La somme d'un point avec un vecteur basé en ce point est égal au point translaté par le vecteur : $\mathbf{a} + \overrightarrow{ab} = \mathbf{b}$
- La somme de deux vecteurs basés au même point est un vecteur basé en ce point, dont le point d'arrivée est donné par la règle du parallélogramme.

Calcul en composantes

Rappels

- les composantes du vecteur allant de **a** à **b** sont données par la différence entre
  1. les coordonées du point d'arrivée, avec
  2. les coordonées du point de départs.

$$\overrightarrow{ab} = \mathbf{b} - \mathbf{a}$$

- La somme d'un point avec un vecteur basé en ce point est égal au point translaté par le vecteur : $\mathbf{a} + \overrightarrow{ab} = \mathbf{b}$
- La somme de deux vecteurs basés au même point est un vecteur basé en ce point, dont le point d'arrivée est donné par la règle du parallélogramme.

$$\overrightarrow{ab} + \overrightarrow{ac} = \overrightarrow{ad}$$

Calcul en composantes
Rappels

- les composantes du vecteur allant de **a** à **b** sont données par la différence entre
  1. les coordonées du point d'arrivée, avec
  2. les coordonées du point de départs.

$$\overrightarrow{ab} = \mathbf{b} - \mathbf{a}$$

- La somme d'un point avec un vecteur basé en ce point est égal au point translaté par le vecteur : $\mathbf{a} + \overrightarrow{ab} = \mathbf{b}$
- La somme de deux vecteurs basés au même point est un vecteur basé en ce point, dont le point d'arrivée est donné par la règle du parallélogramme.

$$\overrightarrow{ab} + \overrightarrow{ac} = \overrightarrow{ad}$$

- Un point **a** donné en coordonnées

Calcul en composantes

Rappels

- les composantes du vecteur allant de **a** à **b** sont données par la différence entre
  1. les coordonées du point d'arrivée, avec
  2. les coordonées du point de départs.

$$\overrightarrow{ab} = \mathbf{b} - \mathbf{a}$$

- La somme d'un point avec un vecteur basé en ce point est égal au point translaté par le vecteur : $\mathbf{a} + \overrightarrow{ab} = \mathbf{b}$
- La somme de deux vecteurs basés au même point est un vecteur basé en ce point, dont le point d'arrivée est donné par la règle du parallélogramme.

$$\overrightarrow{ab} + \overrightarrow{ac} = \overrightarrow{ad}$$

- Un point **a** donné en coordonnées peut toujours être interprété comme le vecteur

Calcul en composantes
Rappels

- les composantes du vecteur allant de **a** à **b** sont données par la différence entre
  1. les coordonées du point d'arrivée, avec
  2. les coordonées du point de départs.

$$\overrightarrow{ab} = \mathbf{b} - \mathbf{a}$$

- La somme d'un point avec un vecteur basé en ce point est égal au point translaté par le vecteur : $\mathbf{a} + \overrightarrow{ab} = \mathbf{b}$
- La somme de deux vecteurs basés au même point est un vecteur basé en ce point, dont le point d'arrivée est donné par la règle du parallélogramme.

$$\overrightarrow{ab} + \overrightarrow{ac} = \overrightarrow{ad}$$

- Un point **a** donné en coordonnées peut toujours être interprété comme le vecteur qui part de l'origine jusqu'à **a**

Calcul en composantes

Rappels

- les composantes du vecteur allant de $\mathbf{a}$ à $\mathbf{b}$ sont données par la différence entre
  1. les coordonées du point d'arrivée, avec
  2. les coordonées du point de départs.

$$\overrightarrow{ab} = \mathbf{b} - \mathbf{a}$$

- La somme d'un point avec un vecteur basé en ce point est égal au point translaté par le vecteur : $\mathbf{a} + \overrightarrow{ab} = \mathbf{b}$
- La somme de deux vecteurs basés au même point est un vecteur basé en ce point, dont le point d'arrivée est donné par la règle du parallélogramme.

$$\overrightarrow{ab} + \overrightarrow{ac} = \overrightarrow{ad}$$

- Un point $\mathbf{a}$ donné en coordonnées peut toujours être interprété comme le vecteur qui part de l'origine jusqu'à $\mathbf{a}$: $\overrightarrow{oa} = \mathbf{a} - \mathbf{o}$.

Applications
Milieu

Le milieu d'un segment

Applications
Milieu

Le milieu d'un segment de $\mathbf{a}$ jusqu'à $\mathbf{b}$

Applications
Milieu

Le milieu d'un segment de $\mathbf{a}$ jusqu'à $\mathbf{b}$ est donné par :

Applications
Milieu

Le milieu d'un segment de **a** jusqu'à **b** est donné par :

$$\mathbf{a} + \frac{1}{2}\overrightarrow{ab}$$

Applications
Milieu

Le milieu d'un segment de **a** jusqu'à **b** est donné par :

$$\mathbf{a} + \frac{1}{2}\overrightarrow{ab} = \frac{1}{2}(\mathbf{a} + \mathbf{b})$$

Applications

Milieu

Le milieu d'un segment de **a** jusqu'à **b** est donné par :

$$\mathbf{a} + \frac{1}{2}\overrightarrow{ab} = \frac{1}{2}(\mathbf{a} + \mathbf{b})$$

Le *milieu*

Applications
Milieu

Le milieu d'un segment de **a** jusqu'à **b** est donné par :

$$\mathbf{a} + \frac{1}{2}\overrightarrow{ab} = \frac{1}{2}(\mathbf{a} + \mathbf{b})$$

Le *milieu* ou *centre de gravité*

Applications
Milieu

Le milieu d'un segment de $\mathbf{a}$ jusqu'à $\mathbf{b}$ est donné par :

$$\mathbf{a} + \frac{1}{2}\overrightarrow{ab} = \frac{1}{2}(\mathbf{a} + \mathbf{b})$$

Le *milieu* ou *centre de gravité* des points $\mathbf{a}_1, \ldots, \mathbf{a}_k$ est donné par

Applications
Milieu

Le milieu d'un segment de **a** jusqu'à **b** est donné par :

$$\mathbf{a} + \frac{1}{2}\overrightarrow{ab} = \frac{1}{2}(\mathbf{a} + \mathbf{b})$$

Le *milieu* ou *centre de gravité* des points $\mathbf{a}_1, \ldots, \mathbf{a}_k$ est donné par :

$$\mathbf{g} = \frac{1}{k}\sum_{i=1}^{k} a_i.$$

Applications
Milieu

Le milieu d'un segment de $\mathbf{a}$ jusqu'à $\mathbf{b}$ est donné par :

$$\mathbf{a} + \frac{1}{2}\overrightarrow{ab} = \frac{1}{2}(\mathbf{a} + \mathbf{b})$$

Le *milieu* ou *centre de gravité* des points $\mathbf{a}_1, \ldots, \mathbf{a}_k$ est donné par :

$$\mathbf{g} = \frac{1}{k}\sum_{i=1}^{k} a_i.$$

Résultat

Le centre de gravité est le seul point $\mathbf{g}$ *qui vérifie*

Applications
Milieu

Le milieu d'un segment de $\mathbf{a}$ jusqu'à $\mathbf{b}$ est donné par :

$$\mathbf{a} + \frac{1}{2}\overrightarrow{ab} = \frac{1}{2}(\mathbf{a} + \mathbf{b})$$

Le *milieu* ou *centre de gravité* des points $\mathbf{a}_1, \ldots, \mathbf{a}_k$ est donné par :

$$\mathbf{g} = \frac{1}{k}\sum_{i=1}^{k} a_i.$$

Résultat

Le centre de gravité est le seul point $\mathbf{g}$ *qui vérifie*

$$\sum_{i=1}^{k} \overrightarrow{ga_i} = 0$$

Démonstration.

Supposons que $\mathbf{h}$ vérifie la même relation.

Démonstration.

Supposons que **h** vérifie la même relation. Alors

$$\sum_{i=1}^{k} \overrightarrow{ga_i} = \sum_{i=1}^{k} \overrightarrow{ha_i}$$

Démonstration.

Supposons que **h** vérifie la même relation. Alors

$$\sum_{i=1}^{k} \overrightarrow{ga_i} = \sum_{i=1}^{k} \overrightarrow{ha_i}$$

et donc

Démonstration.

Supposons que $\mathbf{h}$ vérifie la même relation. Alors

$$\sum_{i=1}^{k} \overrightarrow{ga_i} = \sum_{i=1}^{k} \overrightarrow{ha_i}$$

et donc

$$\sum_{i=1}^{k} \mathbf{a_i} - \mathbf{g} = \sum_{i=1}^{k} \mathbf{a_i} - \mathbf{h}$$

Démonstration.

Supposons que $\mathbf{h}$ vérifie la même relation. Alors

$$\sum_{i=1}^{k} \overrightarrow{ga_i} = \sum_{i=1}^{k} \overrightarrow{ha_i}$$

et donc

$$\sum_{i=1}^{k} \mathbf{a_i} - \mathbf{g} = \sum_{i=1}^{k} \mathbf{a_i} - \mathbf{h}$$

et donc

Démonstration.

Supposons que $\mathbf{h}$ vérifie la même relation. Alors

$$\sum_{i=1}^{k} \overrightarrow{ga_i} = \sum_{i=1}^{k} \overrightarrow{ha_i}$$

et donc

$$\sum_{i=1}^{k} \mathbf{a_i} - \mathbf{g} = \sum_{i=1}^{k} \mathbf{a_i} - \mathbf{h}$$

et donc

$$\sum_{i=1}^{k} \mathbf{h} - \mathbf{g} = 0$$

Démonstration.

Supposons que $\mathbf{h}$ vérifie la même relation. Alors

$$\sum_{i=1}^{k} \overrightarrow{ga_i} = \sum_{i=1}^{k} \overrightarrow{ha_i}$$

et donc

$$\sum_{i=1}^{k} \mathbf{a_i} - \mathbf{g} = \sum_{i=1}^{k} \mathbf{a_i} - \mathbf{h}$$

et donc

$$\sum_{i=1}^{k} \mathbf{h} - \mathbf{g} = 0$$

c'est-à-dire $k(\mathbf{h} - \mathbf{g}) = 0$, donc $\mathbf{h} = \mathbf{g}$. $\square$

Résultat (Rappel – Pythagore)

Dans le plan, la longueur du segment de $\mathbf{a}$ *à* $\mathbf{b}$

Résultat (Rappel – Pythagore)

Dans le plan, la longueur du segment de $\mathbf{a}$ *à* $\mathbf{b}$ *est donnée par* $\sqrt{(b_1 - a_1)^2 + (b_2 - a_2)^2}$.

Résultat (Rappel – Pythagore)

Dans le plan, la longueur du segment de **a** *à* **b** *est donnée par* $\sqrt{(b_1 - a_1)^2 + (b_2 - a_2)^2}$.

Définition

En général, on appelle la *norme* d'un vecteur $\overrightarrow{v} \in \mathbb{R}^n$ la quantité :

Résultat (Rappel – Pythagore)

Dans le plan, la longueur du segment de **a** *à* **b** *est donnée par* $\sqrt{(b_1 - a_1)^2 + (b_2 - a_2)^2}$.

Définition

En général, on appelle la *norme* d'un vecteur $\overrightarrow{v} \in \mathbb{R}^n$ la quantité :

$$\left\|\overrightarrow{v}\right\| :=$$

Résultat (Rappel – Pythagore)

Dans le plan, la longueur du segment de $\mathbf{a}$ *à* $\mathbf{b}$ *est donnée par* $\sqrt{(b_1 - a_1)^2 + (b_2 - a_2)^2}$.

Définition

En général, on appelle la *norme* d'un vecteur $\overrightarrow{v} \in \mathbb{R}^n$ la quantité :

$$\|\overrightarrow{v}\| := \sqrt{\sum_{i=1}^{n} v_i^2}$$

Exemple

Résultat (Rappel – Pythagore)

Dans le plan, la longueur du segment de $\mathbf{a}$ *à* $\mathbf{b}$ *est donnée par* $\sqrt{(b_1 - a_1)^2 + (b_2 - a_2)^2}$.

Définition

En général, on appelle la *norme* d'un vecteur $\overrightarrow{v} \in \mathbb{R}^n$ la quantité :

$$\|\overrightarrow{v}\| := \sqrt{\sum_{i=1}^{n} v_i^2}$$

Exemple

La norme du vecteur $(4, 2, 4)$ est

Résultat (Rappel – Pythagore)

Dans le plan, la longueur du segment de $\mathbf{a}$ *à* $\mathbf{b}$ *est donnée par* $\sqrt{(b_1 - a_1)^2 + (b_2 - a_2)^2}$.

Définition

En général, on appelle la *norme* d'un vecteur $\overrightarrow{v} \in \mathbb{R}^n$ la quantité :

$$\|\overrightarrow{v}\| := \sqrt{\sum_{i=1}^{n} v_i^2}$$

Exemple

La norme du vecteur $(4, 2, 4)$ est $\sqrt{4^2 + 2^2 + 4^2} =$

Résultat (Rappel – Pythagore)

Dans le plan, la longueur du segment de **a** *à* **b** *est donnée par* $\sqrt{(b_1 - a_1)^2 + (b_2 - a_2)^2}$.

Définition

En général, on appelle la *norme* d'un vecteur $\vec{v} \in \mathbb{R}^n$ la quantité :

$$\|\vec{v}\| := \sqrt{\sum_{i=1}^{n} v_i^2}$$

Exemple

La norme du vecteur $(4, 2, 4)$ est $\sqrt{4^2 + 2^2 + 4^2} = \sqrt{36} =$

Résultat (Rappel – Pythagore)

Dans le plan, la longueur du segment de **a** *à* **b** *est donnée par* $\sqrt{(b_1 - a_1)^2 + (b_2 - a_2)^2}$.

Définition

En général, on appelle la *norme* d'un vecteur $\overrightarrow{v} \in \mathbb{R}^n$ la quantité :

$$\|\overrightarrow{v}\| := \sqrt{\sum_{i=1}^{n} v_i^2}$$

Exemple

La norme du vecteur $(4, 2, 4)$ est $\sqrt{4^2 + 2^2 + 4^2} = \sqrt{36} = 6$.

Contenu de la section

- Calculs en composantes
- Équations

Équations d'objets

Remarque

- Chaque point du plan a deux coordonnées cartésiennes.

Équation d'une droite

Équations d'objets

Remarque

- Chaque point du plan a deux coordonnées cartésiennes.
- Une équation peut admettre plusieurs solutions.

Équation d'une droite

Équations d'objets

Remarque

- Chaque point du plan a deux coordonnées cartésiennes.
- Une équation peut admettre plusieurs solutions.
- Une équation de deux variables peut admettre plusieurs solutions.

Équation d'une droite

Équations d'objets

Remarque

- Chaque point du plan a deux coordonnées cartésiennes.
- Une équation peut admettre plusieurs solutions.
- Une équation de deux variables peut admettre plusieurs solutions.
- On peut dessiner dans le plan un ensemble de point dont les coordonnées vérifient une équation de deux variables.

Équation d'une droite

Équations d'objets

Remarque

- Chaque point du plan a deux coordonnées cartésiennes.
- Une équation peut admettre plusieurs solutions.
- Une équation de deux variables peut admettre plusieurs solutions.
- On peut dessiner dans le plan un ensemble de point dont les coordonnées vérifient une équation de deux variables.

Équation d'une droite

Équations d'objets

Remarque

- Chaque point du plan a deux coordonnées cartésiennes.
- Une équation peut admettre plusieurs solutions.
- Une équation de deux variables peut admettre plusieurs solutions.
- On peut dessiner dans le plan un ensemble de point dont les coordonnées vérifient une équation de deux variables.

Équation d'une droite

Dans $\mathbb{R}^2$, toute droite admet une équation de la forme

Équations d'objets

Remarque

- Chaque point du plan a deux coordonnées cartésiennes.
- Une équation peut admettre plusieurs solutions.
- Une équation de deux variables peut admettre plusieurs solutions.
- On peut dessiner dans le plan un ensemble de point dont les coordonnées vérifient une équation de deux variables.

Équation d'une droite

Dans $\mathbb{R}^2$, toute droite admet une équation de la forme

$$ax + by + c = 0$$

Équations d'objets

Remarque

- Chaque point du plan a deux coordonnées cartésiennes.
- Une équation peut admettre plusieurs solutions.
- Une équation de deux variables peut admettre plusieurs solutions.
- On peut dessiner dans le plan un ensemble de point dont les coordonnées vérifient une équation de deux variables.

Équation d'une droite

Dans $\mathbb{R}^2$, toute droite admet une équation de la forme

$$ax + by + c = 0$$

c'est-à-dire

Équations d'objets

Remarque

- Chaque point du plan a deux coordonnées cartésiennes.
- Une équation peut admettre plusieurs solutions.
- Une équation de deux variables peut admettre plusieurs solutions.
- On peut dessiner dans le plan un ensemble de point dont les coordonnées vérifient une équation de deux variables.

Équation d'une droite

Dans $\mathbb{R}^2$, toute droite admet une équation de la forme

$$ax + by + c = 0$$

c'est-à-dire les points (x, y) vérifiant l'équation ci-dessus

Équations d'objets

Remarque

- Chaque point du plan a deux coordonnées cartésiennes.
- Une équation peut admettre plusieurs solutions.
- Une équation de deux variables peut admettre plusieurs solutions.
- On peut dessiner dans le plan un ensemble de point dont les coordonnées vérifient une équation de deux variables.

Équation d'une droite

Dans $\mathbb{R}^2$, toute droite admet une équation de la forme

$$ax + by + c = 0$$

c'est-à-dire les points (x, y) vérifiant l'équation ci-dessus sont exactement les points de la droite.

Équations d'objets

Remarque

- Chaque point du plan a deux coordonnées cartésiennes.
- Une équation peut admettre plusieurs solutions.
- Une équation de deux variables peut admettre plusieurs solutions.
- On peut dessiner dans le plan un ensemble de point dont les coordonnées vérifient une équation de deux variables.

Équation d'une droite

Dans $\mathbb{R}^2$, toute droite admet une équation de la forme

$$ax + by + c = 0$$

c'est-à-dire les points (x, y) vérifiant l'équation ci-dessus sont exactement les points de la droite. Les constantes a, b, c permettent de décrire la droite

Équations d'objets

Remarque

- Chaque point du plan a deux coordonnées cartésiennes.
- Une équation peut admettre plusieurs solutions.
- Une équation de deux variables peut admettre plusieurs solutions.
- On peut dessiner dans le plan un ensemble de point dont les coordonnées vérifient une équation de deux variables.

Équation d'une droite

Dans $\mathbb{R}^2$, toute droite admet une équation de la forme

$$ax + by + c = 0$$

c'est-à-dire les points (x, y) vérifiant l'équation ci-dessus sont exactement les points de la droite. Les constantes a, b, c permettent de décrire la droite (position, direction).

Justification

Justification

Soit $\mathbf{p} \in \mathbb{R}^n$

Justification

Soit $\mathbf{p} \in \mathbb{R}^n$ et $\overrightarrow{v} \in \mathbb{R}^n$.

Justification

Soit $\mathbf{p} \in \mathbb{R}^n$ et $\overrightarrow{v} \in \mathbb{R}^n$. La droite de $\mathbb{R}^n$ passant par $\mathbf{p}$

Justification

Soit $\mathbf{p} \in \mathbb{R}^n$ et $\overrightarrow{v} \in \mathbb{R}^n$. La droite de $\mathbb{R}^n$ passant par $\mathbf{p}$ dans la direction $\overrightarrow{v}$

Justification

Soit $\mathbf{p} \in \mathbb{R}^n$ et $\overrightarrow{v} \in \mathbb{R}^n$. La droite de $\mathbb{R}^n$ passant par $\mathbf{p}$ dans la direction $\overrightarrow{v}$ est l'ensemble des points $\mathbf{x}$ de la forme

Justification

Soit $\mathbf{p} \in \mathbb{R}^n$ et $\overrightarrow{v} \in \mathbb{R}^n$. La droite de $\mathbb{R}^n$ passant par $\mathbf{p}$ dans la direction $\overrightarrow{v}$ est l'ensemble des points $\mathbf{x}$ de la forme

$$\mathbf{x} = \mathbf{p} + t\overrightarrow{v} \qquad t \in \mathbb{R}$$

Justification

Soit $\mathbf{p} \in \mathbb{R}^n$ et $\overrightarrow{v} \in \mathbb{R}^n$. La droite de $\mathbb{R}^n$ passant par $\mathbf{p}$ dans la direction $\overrightarrow{v}$ est l'ensemble des points $\mathbf{x}$ de la forme

$$\mathbf{x} = \mathbf{p} + t\overrightarrow{v} \qquad t \in \mathbb{R} \quad = \text{équations paramétriques de la droite}$$

Justification

Soit $\mathbf{p} \in \mathbb{R}^n$ et $\overrightarrow{v} \in \mathbb{R}^n$. La droite de $\mathbb{R}^n$ passant par $\mathbf{p}$ dans la direction $\overrightarrow{v}$ est l'ensemble des points $\mathbf{x}$ de la forme

$$\mathbf{x} = \mathbf{p} + t\overrightarrow{v} \qquad t \in \mathbb{R} \quad = \text{équations paramétriques de la droite}$$

Pour $n = 2$,

Justification

Soit $\mathbf{p} \in \mathbb{R}^n$ et $\overrightarrow{v} \in \mathbb{R}^n$. La droite de $\mathbb{R}^n$ passant par $\mathbf{p}$ dans la direction $\overrightarrow{v}$ est l'ensemble des points $\mathbf{x}$ de la forme

$$\mathbf{x} = \mathbf{p} + t\overrightarrow{v} \qquad t \in \mathbb{R} \quad = \text{équations paramétriques de la droite}$$

Pour $n = 2$, on écrit $\mathbf{x} = (x_1, x_2)$, $\mathbf{p} = (p_1, p_2)$, $\overrightarrow{v} = (v_1, v_2)$

Justification

Soit $\mathbf{p} \in \mathbb{R}^n$ et $\overrightarrow{v} \in \mathbb{R}^n$. La droite de $\mathbb{R}^n$ passant par $\mathbf{p}$ dans la direction $\overrightarrow{v}$ est l'ensemble des points $\mathbf{x}$ de la forme

$$\mathbf{x} = \mathbf{p} + t\,\overrightarrow{v} \qquad t \in \mathbb{R} \quad = \text{équations paramétriques de la droite}$$

Pour $n = 2$, on écrit $\mathbf{x} = (x_1, x_2)$, $\mathbf{p} = (p_1, p_2)$, $\overrightarrow{v} = (v_1, v_2)$.
Alors

$$x_1 = p_1 + tv_1$$

Justification

Soit $\mathbf{p} \in \mathbb{R}^n$ et $\overrightarrow{v} \in \mathbb{R}^n$. La droite de $\mathbb{R}^n$ passant par $\mathbf{p}$ dans la direction $\overrightarrow{v}$ est l'ensemble des points $\mathbf{x}$ de la forme

$$\mathbf{x} = \mathbf{p} + t\,\overrightarrow{v} \qquad t \in \mathbb{R} \quad = \text{équations paramétriques de la droite}$$

Pour $n = 2$, on écrit $\mathbf{x} = (x_1, x_2)$, $\mathbf{p} = (p_1, p_2)$, $\overrightarrow{v} = (v_1, v_2)$.
Alors

$$x_1 = p_1 + tv_1 \quad \text{et} \quad x_2 = p_2 + tv_2.$$

Justification

Soit $\mathbf{p} \in \mathbb{R}^n$ et $\overrightarrow{v} \in \mathbb{R}^n$. La droite de $\mathbb{R}^n$ passant par $\mathbf{p}$ dans la direction $\overrightarrow{v}$ est l'ensemble des points $\mathbf{x}$ de la forme

$$\mathbf{x} = \mathbf{p} + t\overrightarrow{v} \qquad t \in \mathbb{R} \quad = \text{équations paramétriques de la droite}$$

Pour $n = 2$, on écrit $\mathbf{x} = (x_1, x_2)$, $\mathbf{p} = (p_1, p_2)$, $\overrightarrow{v} = (v_1, v_2)$.
Alors

$$x_1 = p_1 + tv_1 \quad \text{et} \quad x_2 = p_2 + tv_2.$$

donc

$$x_1 - p_1 = tv_1$$

Justification

Soit $\mathbf{p} \in \mathbb{R}^n$ et $\overrightarrow{v} \in \mathbb{R}^n$. La droite de $\mathbb{R}^n$ passant par $\mathbf{p}$ dans la direction $\overrightarrow{v}$ est l'ensemble des points $\mathbf{x}$ de la forme

$$\mathbf{x} = \mathbf{p} + t\overrightarrow{v} \qquad t \in \mathbb{R} \quad = \text{équations paramétriques de la droite}$$

Pour $n = 2$, on écrit $\mathbf{x} = (x_1, x_2)$, $\mathbf{p} = (p_1, p_2)$, $\overrightarrow{v} = (v_1, v_2)$.
Alors

$$x_1 = p_1 + tv_1 \quad \text{et} \quad x_2 = p_2 + tv_2.$$

donc

$$x_1 - p_1 = tv_1 \quad \text{et} \quad x_2 - p_2 = tv_2.$$

Justification

Soit $\mathbf{p} \in \mathbb{R}^n$ et $\overrightarrow{v} \in \mathbb{R}^n$. La droite de $\mathbb{R}^n$ passant par $\mathbf{p}$ dans la direction $\overrightarrow{v}$ est l'ensemble des points $\mathbf{x}$ de la forme

$$\mathbf{x} = \mathbf{p} + t\overrightarrow{v} \qquad t \in \mathbb{R} \quad = \text{équations paramétriques de la droite}$$

Pour $n = 2$, on écrit $\mathbf{x} = (x_1, x_2)$, $\mathbf{p} = (p_1, p_2)$, $\overrightarrow{v} = (v_1, v_2)$.
Alors

$$x_1 = p_1 + tv_1 \quad \text{et} \quad x_2 = p_2 + tv_2.$$

donc

$$x_1 - p_1 = tv_1 \quad \text{et} \quad x_2 - p_2 = tv_2.$$

On a alors

Justification

Soit $\mathbf{p} \in \mathbb{R}^n$ et $\overrightarrow{v} \in \mathbb{R}^n$. La droite de $\mathbb{R}^n$ passant par $\mathbf{p}$ dans la direction $\overrightarrow{v}$ est l'ensemble des points $\mathbf{x}$ de la forme

$$\mathbf{x} = \mathbf{p} + t\overrightarrow{v} \qquad t \in \mathbb{R} \quad = \text{équations paramétriques de la droite}$$

Pour $n = 2$, on écrit $\mathbf{x} = (x_1, x_2)$, $\mathbf{p} = (p_1, p_2)$, $\overrightarrow{v} = (v_1, v_2)$.
Alors

$$x_1 = p_1 + tv_1 \quad \text{et} \quad x_2 = p_2 + tv_2.$$

donc

$$x_1 - p_1 = tv_1 \quad \text{et} \quad x_2 - p_2 = tv_2.$$

On a alors

$$(x_1 - p_1)v_2 = (x_2 - p_2)v_1$$

Justification

Soit $\mathbf{p} \in \mathbb{R}^n$ et $\overrightarrow{v} \in \mathbb{R}^n$. La droite de $\mathbb{R}^n$ passant par $\mathbf{p}$ dans la direction $\overrightarrow{v}$ est l'ensemble des points $\mathbf{x}$ de la forme

$$\mathbf{x} = \mathbf{p} + t\overrightarrow{v} \qquad t \in \mathbb{R} \quad = \text{équations paramétriques de la droite}$$

Pour $n = 2$, on écrit $\mathbf{x} = (x_1, x_2)$, $\mathbf{p} = (p_1, p_2)$, $\overrightarrow{v} = (v_1, v_2)$.
Alors

$$x_1 = p_1 + tv_1 \quad \text{et} \quad x_2 = p_2 + tv_2.$$

donc

$$x_1 - p_1 = tv_1 \quad \text{et} \quad x_2 - p_2 = tv_2.$$

On a alors

$$(x_1 - p_1)v_2 = (x_2 - p_2)v_1$$

c'est-à-dire, en changeant de notations

Justification

Soit $\mathbf{p} \in \mathbb{R}^n$ et $\overrightarrow{v} \in \mathbb{R}^n$. La droite de $\mathbb{R}^n$ passant par $\mathbf{p}$ dans la direction $\overrightarrow{v}$ est l'ensemble des points $\mathbf{x}$ de la forme

$$\mathbf{x} = \mathbf{p} + t\overrightarrow{v} \qquad t \in \mathbb{R} \quad = \text{équations paramétriques de la droite}$$

Pour $n = 2$, on écrit $\mathbf{x} = (x_1, x_2)$, $\mathbf{p} = (p_1, p_2)$, $\overrightarrow{v} = (v_1, v_2)$.
Alors

$$x_1 = p_1 + tv_1 \quad \text{et} \quad x_2 = p_2 + tv_2.$$

donc

$$x_1 - p_1 = tv_1 \quad \text{et} \quad x_2 - p_2 = tv_2.$$

On a alors

$$(x_1 - p_1)v_2 = (x_2 - p_2)v_1$$

c'est-à-dire, en changeant de notations

$$ax + by + c = 0$$

Justification

Soit $\mathbf{p} \in \mathbb{R}^n$ et $\overrightarrow{v} \in \mathbb{R}^n$. La droite de $\mathbb{R}^n$ passant par $\mathbf{p}$ dans la direction $\overrightarrow{v}$ est l'ensemble des points $\mathbf{x}$ de la forme

$$\mathbf{x} = \mathbf{p} + t\overrightarrow{v} \qquad t \in \mathbb{R} \quad = \text{équations paramétriques de la droite}$$

Pour $n = 2$, on écrit $\mathbf{x} = (x_1, x_2)$, $\mathbf{p} = (p_1, p_2)$, $\overrightarrow{v} = (v_1, v_2)$.
Alors

$$x_1 = p_1 + tv_1 \quad \text{et} \quad x_2 = p_2 + tv_2.$$

donc

$$x_1 - p_1 = tv_1 \quad \text{et} \quad x_2 - p_2 = tv_2.$$

On a alors

$$(x_1 - p_1)v_2 = (x_2 - p_2)v_1$$

c'est-à-dire, en changeant de notations

$$ax + by + c = 0$$

(on pose :

Justification

Soit $\mathbf{p} \in \mathbb{R}^n$ et $\overrightarrow{v} \in \mathbb{R}^n$. La droite de $\mathbb{R}^n$ passant par $\mathbf{p}$ dans la direction $\overrightarrow{v}$ est l'ensemble des points $\mathbf{x}$ de la forme

$$\mathbf{x} = \mathbf{p} + t\overrightarrow{v} \qquad t \in \mathbb{R} \quad = \text{équations paramétriques de la droite}$$

Pour $n = 2$, on écrit $\mathbf{x} = (x_1, x_2)$, $\mathbf{p} = (p_1, p_2)$, $\overrightarrow{v} = (v_1, v_2)$.
Alors

$$x_1 = p_1 + tv_1 \quad \text{et} \quad x_2 = p_2 + tv_2.$$

donc

$$x_1 - p_1 = tv_1 \quad \text{et} \quad x_2 - p_2 = tv_2.$$

On a alors

$$(x_1 - p_1)v_2 = (x_2 - p_2)v_1$$

c'est-à-dire, en changeant de notations

$$ax + by + c = 0$$

(on pose : $a = v_2$, $b = -v_1$ et $c = p_2 v_1 - p_1 v_2$).

Remarquons que la droite d'équation $ax + by + c = 0$

Remarquons que la droite d'équation $ax + by + c = 0$

- est verticale

Remarquons que la droite d'équation $ax + by + c = 0$

- est verticale si $b = 0$, $a \neq 0$.

Remarquons que la droite d'équation $ax + by + c = 0$

- est verticale si $b = 0$, $a \neq 0$.
- est horizontale

Remarquons que la droite d'équation $ax + by + c = 0$

- est verticale si $b = 0$, $a \neq 0$.
- est horizontale si $a = 0$, $b \neq 0$.

Remarquons que la droite d'équation $ax + by + c = 0$

- est verticale si $b = 0$, $a \neq 0$.
- est horizontale si $a = 0$, $b \neq 0$.
- passe par l'origine

Remarquons que la droite d'équation $ax + by + c = 0$

- est verticale si $b = 0$, $a \neq 0$.
- est horizontale si $a = 0$, $b \neq 0$.
- passe par l'origine si $c = 0$

Remarquons que la droite d'équation $ax + by + c = 0$

- est verticale si $b = 0$, $a \neq 0$.
- est horizontale si $a = 0$, $b \neq 0$.
- passe par l'origine si $c = 0$
- identique à la droite d'équation

Remarquons que la droite d'équation $ax + by + c = 0$

- est verticale si $b = 0$, $a \neq 0$.
- est horizontale si $a = 0$, $b \neq 0$.
- passe par l'origine si $c = 0$
- identique à la droite d'équation $kax + kby + kc = 0$ pour n'importe quelle constante $k \neq 0$.

Remarquons que la droite d'équation $ax + by + c = 0$

- est verticale si $b = 0$, $a \neq 0$.
- est horizontale si $a = 0$, $b \neq 0$.
- passe par l'origine si $c = 0$
- identique à la droite d'équation $kax + kby + kc = 0$ pour n'importe quelle constante $k \neq 0$.

Lorsque $b \neq 0$ (droite non-verticale),

Remarquons que la droite d'équation $ax + by + c = 0$

- est verticale si $b = 0$, $a \neq 0$.
- est horizontale si $a = 0$, $b \neq 0$.
- passe par l'origine si $c = 0$
- identique à la droite d'équation $kax + kby + kc = 0$ pour n'importe quelle constante $k \neq 0$.

Lorsque $b \neq 0$ (droite non-verticale), on peut ré-écrire l'équation en isolant y :

$$y = mx + p$$

Considérons une droite d'équation

$$y = mx + p$$

Considérons une droite d'équation

$$y = mx + p$$

- le coefficient m est appelé

Considérons une droite d'équation

$$y = mx + p$$

- le coefficient m est appelé la pente (ou coefficient angulaire) de la droite.

Considérons une droite d'équation

$$y = mx + p$$

- le coefficient m est appelé la pente (ou coefficient angulaire) de la droite.
- Le coefficient p est appelé

Considérons une droite d'équation

$$y = mx + p$$

- le coefficient m est appelé la pente (ou coefficient angulaire) de la droite.
- Le coefficient p est appelé l'ordonnée à l'origine.

Considérons une droite d'équation

$$y = mx + p$$

- le coefficient m est appelé la pente (ou coefficient angulaire) de la droite.
- Le coefficient p est appelé l'ordonnée à l'origine.

Si la droite passe par les points (x_1, y_1) et (x_2, y_2),

Considérons une droite d'équation

$$y = mx + p$$

- le coefficient m est appelé la pente (ou coefficient angulaire) de la droite.
- Le coefficient p est appelé l'ordonnée à l'origine.

Si la droite passe par les points (x_1, y_1) et (x_2, y_2), la pente s'obtient en faisant :

Considérons une droite d'équation

$$y = mx + p$$

- le coefficient m est appelé la pente (ou coefficient angulaire) de la droite.
- Le coefficient p est appelé l'ordonnée à l'origine.

Si la droite passe par les points (x_1, y_1) et (x_2, y_2), la pente s'obtient en faisant :

$$m = \frac{\Delta y}{\Delta x} := \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

Considérons une droite d'équation

$$y = mx + p$$

- le coefficient m est appelé la pente (ou coefficient angulaire) de la droite.
- Le coefficient p est appelé l'ordonnée à l'origine.

Si la droite passe par les points (x_1, y_1) et (x_2, y_2), la pente s'obtient en faisant :

$$m = \frac{\Delta y}{\Delta x} := \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \quad \Delta \text{ pour } \color{red}{\text{d}}$$

Considérons une droite d'équation

$$y = mx + p$$

- le coefficient m est appelé la pente (ou coefficient angulaire) de la droite.
- Le coefficient p est appelé l'ordonnée à l'origine.

Si la droite passe par les points (x_1, y_1) et (x_2, y_2), la pente s'obtient en faisant :

$$m = \frac{\Delta y}{\Delta x} := \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \quad \Delta \text{ pour différence.}$$

Considérons une droite d'équation

$$y = mx + p$$

- le coefficient m est appelé la pente (ou coefficient angulaire) de la droite.
- Le coefficient p est appelé l'ordonnée à l'origine.

Si la droite passe par les points (x_1, y_1) et (x_2, y_2), la pente s'obtient en faisant :

$$m = \frac{\Delta y}{\Delta x} := \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \quad \Delta \text{ pour différence.}$$

Exercice

Remplacez y_1 et y_2 par $mx_1 + p$ et $mx_2 + p$ pour le prouver.

Considérons une droite d'équation

$$y = mx + p$$

- le coefficient m est appelé la pente (ou coefficient angulaire) de la droite.
- Le coefficient p est appelé l'ordonnée à l'origine.

Si la droite passe par les points (x_1, y_1) et (x_2, y_2), la pente s'obtient en faisant :

$$m = \frac{\Delta y}{\Delta x} := \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \quad \Delta \text{ pour différence.}$$

Exercice

Remplacez y_1 et y_2 par $mx_1 + p$ et $mx_2 + p$ pour le prouver. Notons que cela ne dépend pas des points choisis (tant qu'ils sont sur la droite).

Équations de cercles

Soit $(a, b) \in \mathbb{R}^2$, et $r > 0$.

Équations de cercles

Soit $(a, b) \in \mathbb{R}^2$, et $r > 0$. Le cercle de centre (a, b) et de rayon r a pour équation :

Équations de cercles

Soit $(a, b) \in \mathbb{R}^2$, et $r > 0$. Le cercle de centre (a, b) et de rayon r a pour équation :

$$\|(x, y) - (a, b)\| = r$$

Équations de cercles

Soit $(a,b) \in \mathbb{R}^2$, et $r > 0$. Le cercle de centre (a,b) et de rayon r a pour équation :

$$\|(x,y)-(a,b)\| = r$$

c'est-à-dire

Équations de cercles

Soit $(a,b) \in \mathbb{R}^2$, et $r > 0$. Le cercle de centre (a,b) et de rayon r a pour équation :

$$\|(x,y) - (a,b)\| = r$$

c'est-à-dire

$$(x-a)^2 + (y-b)^2 = r^2$$

Contenu de la section

La trigonométrie c′est l′étude des triangles.

La trigonométrie c′est l′étude des triangles.
Plus spécifiquement, l′étude des liens entre

La trigonométrie c'est l'étude des triangles.
Plus spécifiquement, l'étude des liens entre

- la mesure des angles, et

La trigonométrie c′est l′étude des triangles.
Plus spécifiquement, l′étude des liens entre

- la mesure des angles, et
- la mesure des côtés.

La trigonométrie c'est l'étude des triangles.
Plus spécifiquement, l'étude des liens entre

- la mesure des angles, et
- la mesure des côtés.

Question

La trigonométrie c'est l'étude des triangles.
Plus spécifiquement, l'étude des liens entre

- la mesure des angles, et
- la mesure des côtés.

Question

Comment mesurer des angles ?

Contenu de la section

Intuitivement, un angle est une fraction de « faire un tour complet ».

Intuitivement, un angle est une fraction de « faire un tour complet ».
Pour le mesurer

Intuitivement, un angle est une fraction de « faire un tour complet ». Pour le mesurer, on peut donner un nombre réel décrivant le nombre de tour complets.

Intuitivement, un angle est une fraction de « faire un tour complet ». Pour le mesurer, on peut donner un nombre réel décrivant le nombre de tour complets. Mais généralement on utilisera

- le degré

Intuitivement, un angle est une fraction de « faire un tour complet ». Pour le mesurer, on peut donner un nombre réel décrivant le nombre de tour complets. Mais généralement on utilisera

- le degré (1 tour = 360 degrés), ou

Intuitivement, un angle est une fraction de « faire un tour complet ». Pour le mesurer, on peut donner un nombre réel décrivant le nombre de tour complets. Mais généralement on utilisera

- le degré (1 tour = 360 degrés), ou
- le radian

Intuitivement, un angle est une fraction de « faire un tour complet ». Pour le mesurer, on peut donner un nombre réel décrivant le nombre de tour complets. Mais généralement on utilisera

- le degré (1 tour = 360 degrés), ou
- le radian (1 tour = 2π radians)

Le radian sera notre choix !

Intuitivement, un angle est une fraction de « faire un tour complet ». Pour le mesurer, on peut donner un nombre réel décrivant le nombre de tour complets. Mais généralement on utilisera

- le degré (1 tour = 360 degrés), ou
- le radian (1 tour = 2π radians)

Le radian sera notre choix !

Attention à

- Faire un tour et demi

Attention à

- Faire un tour et demi (3π) correspond à la même position finale que faire un demi tour (π).

Attention à

- Faire un tour et demi (3π) correspond à la même position finale que faire un demi tour (π).
  $\Rightarrow$ on parlera souvent de mesure « à 2π près ».

Attention à

- Faire un tour et demi (3π) correspond à la même position finale que faire un demi tour (π).
  $\Rightarrow$ on parlera souvent de mesure « à 2π près ».
- Faire un demi tour dans un sens ou dans l'autre n'est pas pareil.

Attention à

- Faire un tour et demi (3π) correspond à la même position finale que faire un demi tour (π).
  $\Rightarrow$ on parlera souvent de mesure « à 2π près ».
- Faire un demi tour dans un sens ou dans l'autre n'est pas pareil.
  $\Rightarrow$ on parle d'angle orienté lorsque cela est important !

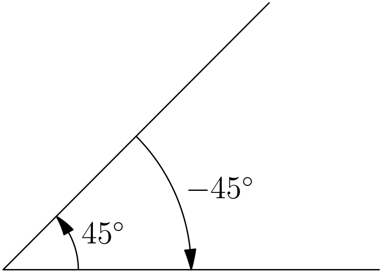
Attention à

- Faire un tour et demi (3π) correspond à la même position finale que faire un demi tour (π).
  $\Rightarrow$ on parlera souvent de mesure « à 2π près ».
- Faire un demi tour dans un sens ou dans l'autre n'est pas pareil.
  $\Rightarrow$ on parle d'angle orienté lorsque cela est important !
  Dans le plan :
  Orientation positive Sens anti-horlogique

Attention à

- Faire un tour et demi (3π) correspond à la même position finale que faire un demi tour (π).
  $\Rightarrow$ on parlera souvent de mesure « à 2π près ».
- Faire un demi tour dans un sens ou dans l'autre n'est pas pareil.
  $\Rightarrow$ on parle d'angle orienté lorsque cela est important !
  Dans le plan :

  Orientation positive Sens anti-horlogique
  Orientation négative Sens horlogique



$-45°$
$45°$

Contenu de la section

Pourquoi deux pis ?

Pourquoi 2π ?

Pourquoi deux pis ?
Pourquoi 2π ?

Un *radian* (1 rad)

Pourquoi deux pis ?

Pourquoi 2π ?

Un *radian* (1 rad) correspond à l'angle

Pourquoi deux pis ?

Pourquoi 2π ?

Un *radian* (1 rad) correspond à l'angle au centre d'un cercle

Pourquoi deux pis ?

Pourquoi 2π ?

Un *radian* (1 rad) correspond à l'angle au centre d'un cercle qui intercepte, sur la circonférence

Pourquoi deux pis ?

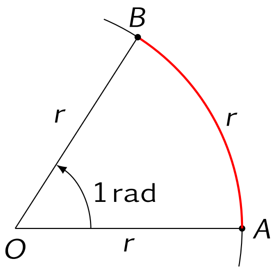
Pourquoi 2π ?

Un *radian* (1 rad) correspond à l'angle au centre d'un cercle qui intercepte, sur la circonférence, un arc dont la longueur est égale au rayon du cercle.

Pourquoi deux pis ?

Pourquoi 2π ?

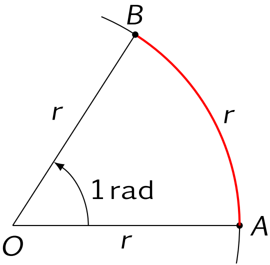
Un *radian* (1 rad) correspond à l'angle au centre d'un cercle qui intercepte, sur la circonférence, un arc dont la longueur est égale au rayon du cercle.

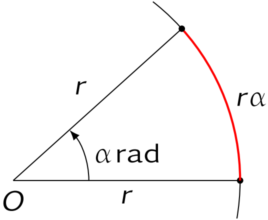


Pourquoi deux pis ?

Pourquoi 2π ?

Un *radian* (1 rad) correspond à l'angle au centre d'un cercle qui intercepte, sur la circonférence, un arc dont la longueur est égale au rayon du cercle.

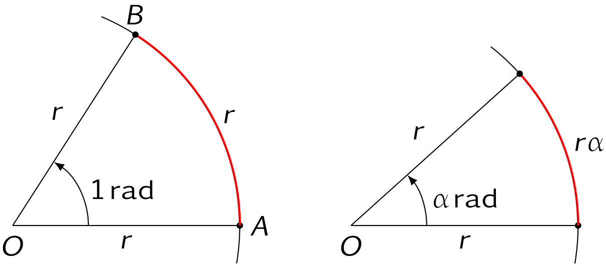




Pourquoi deux pis ?

Pourquoi 2π ?

Un *radian* (1 rad) correspond à l'angle au centre d'un cercle qui intercepte, sur la circonférence, un arc dont la longueur est égale au rayon du cercle.



Le radian est idéal pour manipuler des longueurs d'arcs !

Pour passer du radian au degré et inversement, retenons que $2\pi\,\mathrm{rad} = 360°$.

Pour passer du radian au degré et inversement, retenons que $2\pi\,\text{rad} = 360°$. Par habitude, nous retiendrons également le tableau suivant :

Pour passer du radian au degré et inversement, retenons que $2\pi\,\mathrm{rad} = 360°$. Par habitude, nous retiendrons également le tableau suivant :

en radians	$\pi/6$	$\pi/4$	$\pi/3$	$\pi/2$	π	2π
en degrés	30°	45°	60°	90°	180°	360°

Contenu de la section

Définition

Étant donné un angle θ en radians,

Définition

Étant donné un angle θ en radians, on définit son cosinus et son sinus

Définition

Étant donné un angle θ en radians, on définit son cosinus et son sinus comme les coordonnées du point P_θ

Définition

Étant donné un angle θ en radians, on définit son cosinus et son sinus comme les coordonnées du point P_θ tel que l'angle $\widehat{IOP}$

Définition

Étant donné un angle θ en radians, on définit son cosinus et son sinus comme les coordonnées du point P_θ tel que l'angle $\widehat{IOP}$ est de mesure θ

Définition

Étant donné un angle θ en radians, on définit son cosinus et son sinus comme les coordonnées du point P_θ tel que l'angle $\widehat{IOP}$ est de mesure θ, où $I = (1,0)$ et $O = (0,0)$.

Définition

Étant donné un angle θ en radians, on définit son cosinus et son sinus comme les coordonnées du point P_θ tel que l'angle $\widehat{IOP}$ est de mesure θ, où $I = (1,0)$ et $O = (0,0)$.

Cercle trigonométrique

Définition

Un *cercle trigonométrique* est un cercle de rayon 1,

Cercle trigonométrique

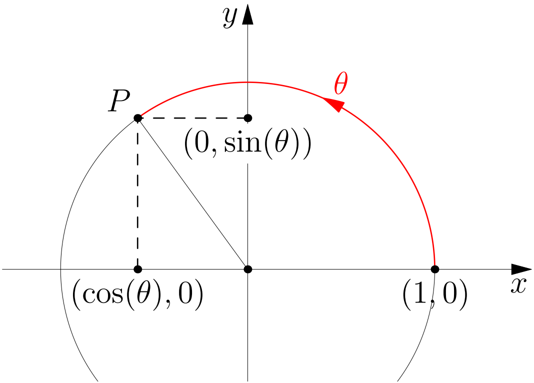
Définition

Un *cercle trigonométrique* est un cercle de rayon 1, il permet de représenter géométriquement toutes les fonctions trigonométriques.

Cercle trigonométrique

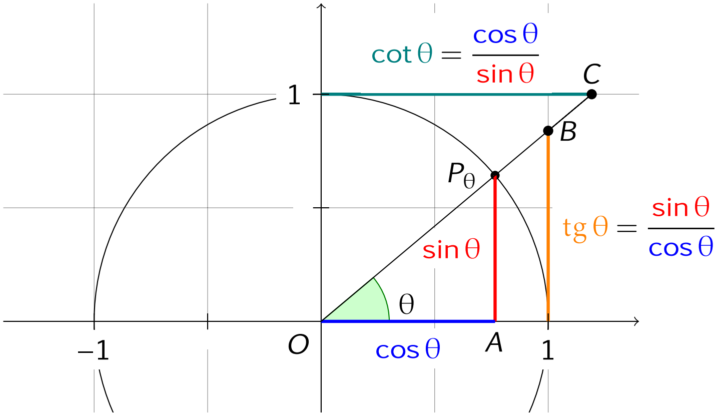
Définition

Un *cercle trigonométrique* est un cercle de rayon 1, il permet de représenter géométriquement toutes les fonctions trigonométriques.



Autres fonctions trigonométriques :

$$\tan(\theta) = \frac{\sin(\theta)}{\cos(\theta)} \qquad \cot(\theta) = \frac{\cos(\theta)}{\sin(\theta)}$$



$\cot\theta = \frac{\cos\theta}{\sin\theta}$
C
1
B
P_θ
$\operatorname{tg}\theta = \frac{\sin\theta}{\cos\theta}$
$\sin\theta$
θ
-1
O
$\cos\theta$
A
1

Pente et angle

Résultat

Étant donné un repère cartésien orthonormé.

Pente et angle

Résultat

Étant donné un repère cartésien orthonormé*. Pour une droite d'équation* $y = mx + p$

Pente et angle

Résultat

Étant donné un repère cartésien orthonormé. Pour une droite d'équation $y = mx + p$ formant un angle (orienté) θ avec l'horizontale, nous avons

Pente et angle

Résultat

Étant donné un repère cartésien orthonormé. Pour une droite d'équation $y = mx + p$ formant un angle (orienté) θ avec l'horizontale, nous avons

$$m = \tan\theta$$

Pente et angle

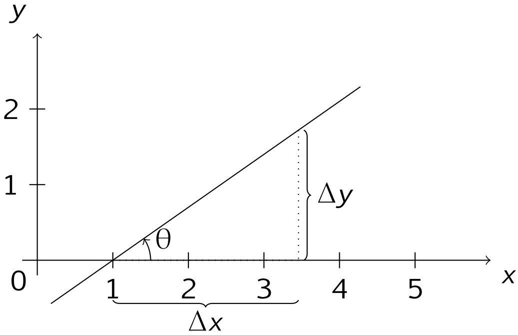
Résultat

Étant donné un repère cartésien orthonormé. Pour une droite d'équation $y = mx + p$ formant un angle (orienté) θ avec l'horizontale, nous avons

$$m = \tan\theta$$

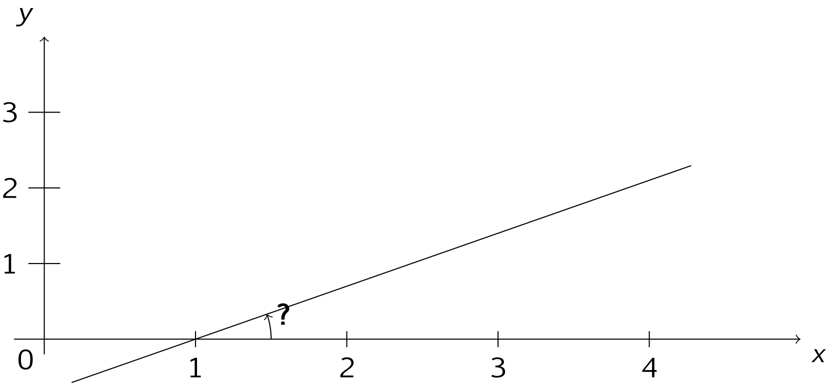
$$m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_1 - y_0}{x_1 - x_0}$$

où (x_0, y_0) et (x_1, y_1) sont deux points distincts du graphe de f.



Remarque

Cette interprétation ne tient plus si les axes ne sont pas gradués à l'identique :

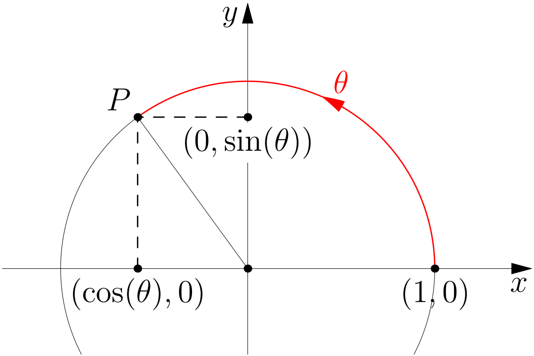


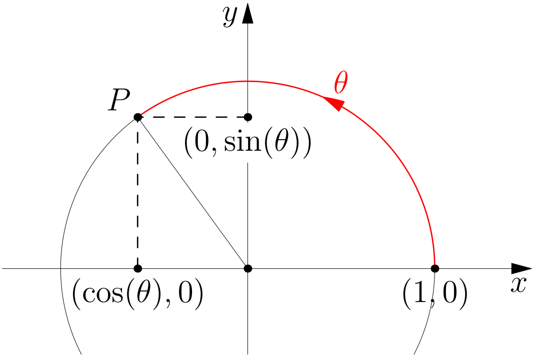
Angles remarquables

Voici quelques valeurs importantes des fonctions sinus et cosinus :

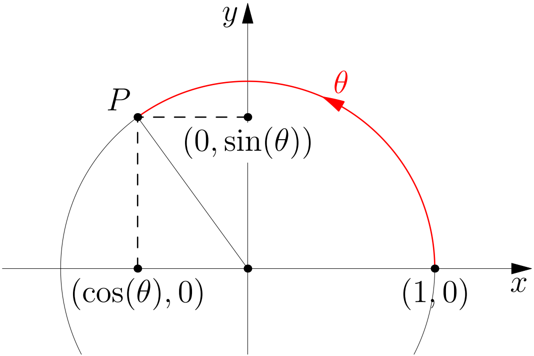
$$
\begin{array}{c|ll|c|c|c}
\text{angle} & \sin & & \cos & \tan & \cot \\
\hline
0 & \sqrt{0}/2 & = 0 & 1 & 0 & \nexists \\
\pi/6 & \sqrt{1}/2 & = 1/2 & \sqrt{3}/2 & \sqrt{3}/3 & \sqrt{3} \\
\pi/4 & \sqrt{2}/2 & & \sqrt{2}/2 & 1 & 1 \\
\pi/3 & \sqrt{3}/2 & & 1/2 & \sqrt{3} & \sqrt{3}/3 \\
\pi/2 & \sqrt{4}/2 & = 1 & 0 & \nexists & 0
\end{array}
\tag{1.6}
$$

Contenu de la section

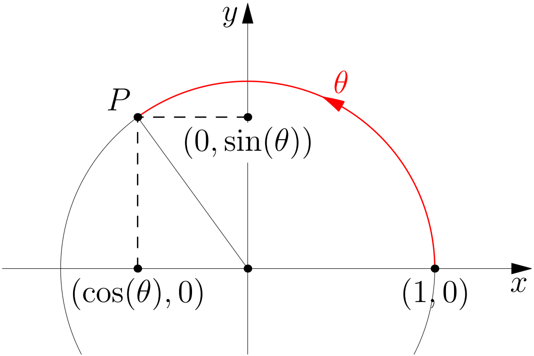

y
θ
P
$(0, \sin(\theta))$
$(\cos(\theta), 0)$
$(1, 0)$
x



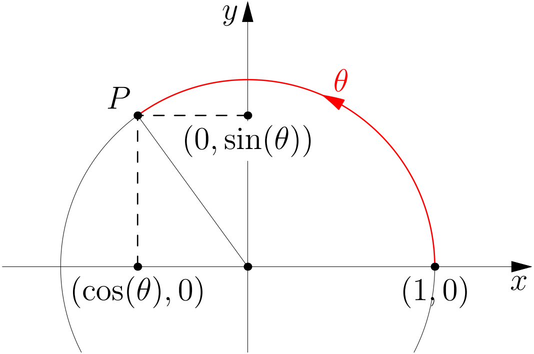
Le théorème de Pythagore



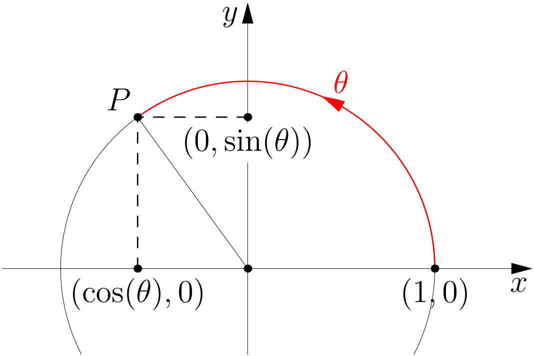
Le théorème de Pythagore appliqué dans le cercle trigonométrique



Le théorème de Pythagore appliqué dans le cercle trigonométrique implique l'importante relation $(\cos(\theta))^2 + (\sin(\theta))^2 = 1$,



Le théorème de Pythagore appliqué dans le cercle trigonométrique implique l'importante relation $(\cos(\theta))^2 + (\sin(\theta))^2 = 1$, ce qu'on écrira plus souvent sous la forme

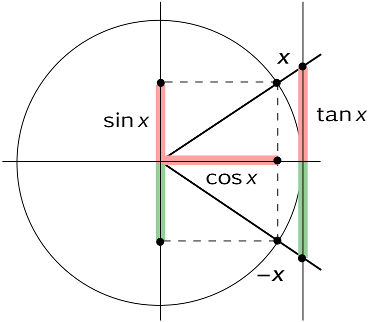


Le théorème de Pythagore appliqué dans le cercle trigonométrique implique l'importante relation $(\cos(\theta))^2 + (\sin(\theta))^2 = 1$, ce qu'on écrira plus souvent sous la forme

$$\cos^2\theta + \sin^2\theta = 1.$$

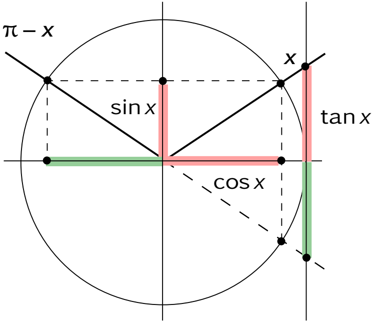
Contenu de la section

Symétrie par rapport à l'axe des abscisses



$$\sin(-x) = -\sin(x)$$
$$\cos(-x) = \cos(x)$$
$$\tan(-x) = -\tan(x)$$

Symétrie par rapport à l'axe des ordonnées

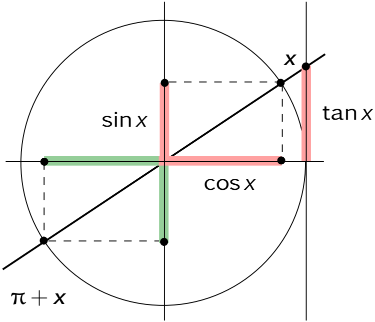


$$\sin(\pi - x) = \sin(x)$$

$$\cos(\pi - x) = -\cos(x)$$

$$\tan(\pi - x) = -\tan(x)$$

Symétrie par rapport à l'origine

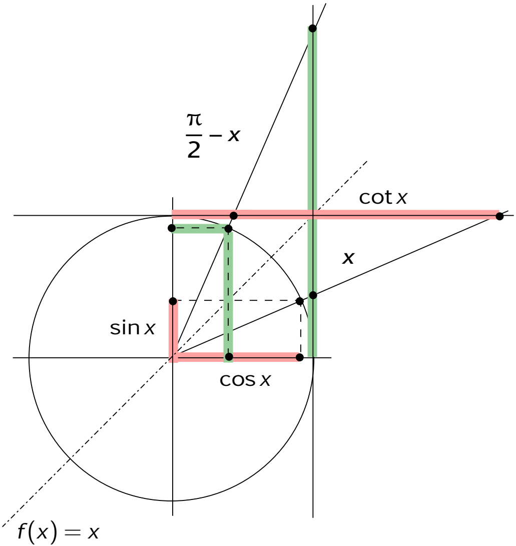


$$\sin(\pi + x) = -\sin(x)$$

$$\cos(\pi + x) = -\cos(x)$$

$$\tan(\pi + x) = \tan(x)$$

Symétrie par rapport à la première bissectrice

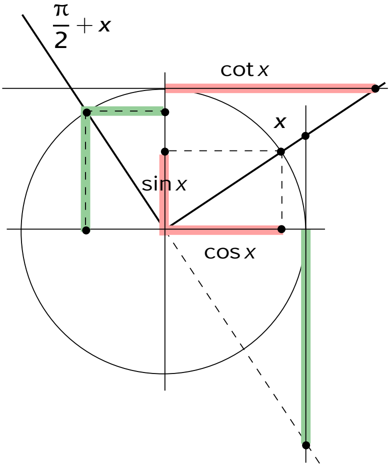


$$\sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \cos(x)$$

$$\cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \sin(x)$$

$$\tan\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \cot(x)$$

Angles décalés de 90°



$$\sin\left(\frac{\pi}{2} + x\right) = \cos(x)$$

$$\cos\left(\frac{\pi}{2} + x\right) = -\sin(x)$$

$$\tan\left(\frac{\pi}{2} + x\right) = -\cot(x)$$

Contenu de la section

$$\sin(A+B) = \sin A \cos B + \cos A \sin B$$

$$\cos(A+B) = \cos A \cos B - \sin A \sin B$$

$$\tan(A+B) = \frac{\tan A + \tan B}{1 - \tan A \tan B}$$

$$\cos A \cos B = \frac{\cos(A-B) + \cos(A+B)}{2}$$

$$\sin A \sin B = \frac{\cos(A-B) - \cos(A+B)}{2}$$

$$\sin A \cos B = \frac{\sin(A+B) + \sin(A-B)}{2}$$

$$\cos A \sin B = \frac{\sin(A+B) - \sin(A-B)}{2}$$

$$\cos p + \cos q = 2\cos\left(\frac{p+q}{2}\right)\cos\left(\frac{p-q}{2}\right)$$

$$\cos p - \cos q = -2\sin\left(\frac{p+q}{2}\right)\sin\left(\frac{p-q}{2}\right)$$

$$\sin p + \sin q = 2\sin\left(\frac{p+q}{2}\right)\cos\left(\frac{p-q}{2}\right)$$