# Théorie financière

# Travaux pratiques – Session 2

*« Valeur actuelle»*

*Ex. : PV & Bond Math – Jongler avec les taux d'intérêts*

Titulaire : Professeur Kim Oosterlinck

Solvay Business School

**« PV and Bond Maths »**

**« Jongler avec les taux d'intérêt »**

ULB

## PVBM
## Fondements théoriques

- Comment calculer le prix d'un actif sur le marché?
  - ✓ Le prix est celui qui annule la VAN.

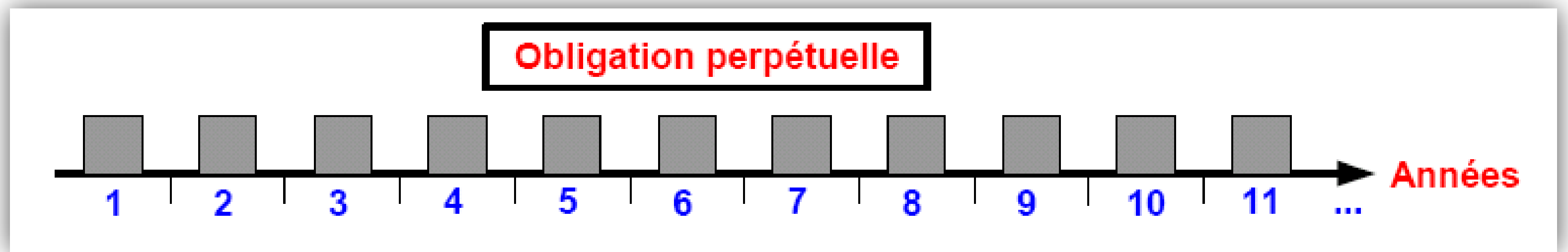
$$\boxed{-P + \sum_{i=1}^{T} CF_i \times DF_i = 0}$$

- Que représente le DF quand l'obligation est sans risque?
  - ✓ L'impatience

- Que représente le DF quand l'obligation est risquée?
  - ✓ *L'impatience*
  - ✓ L'aversion au risque

# PVBM
## Fondements théoriques

- Qu'est-ce qu'une perpétuité?

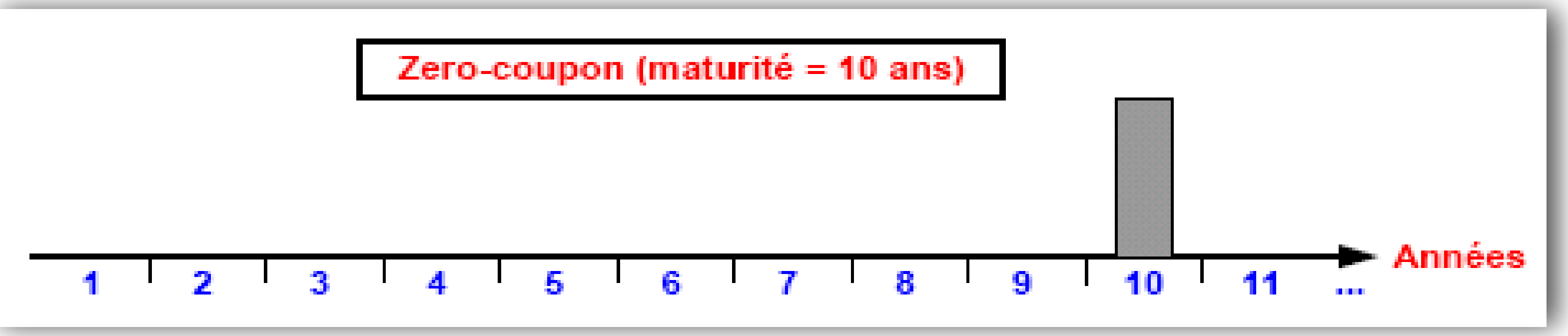



- Comment calculer son prix?

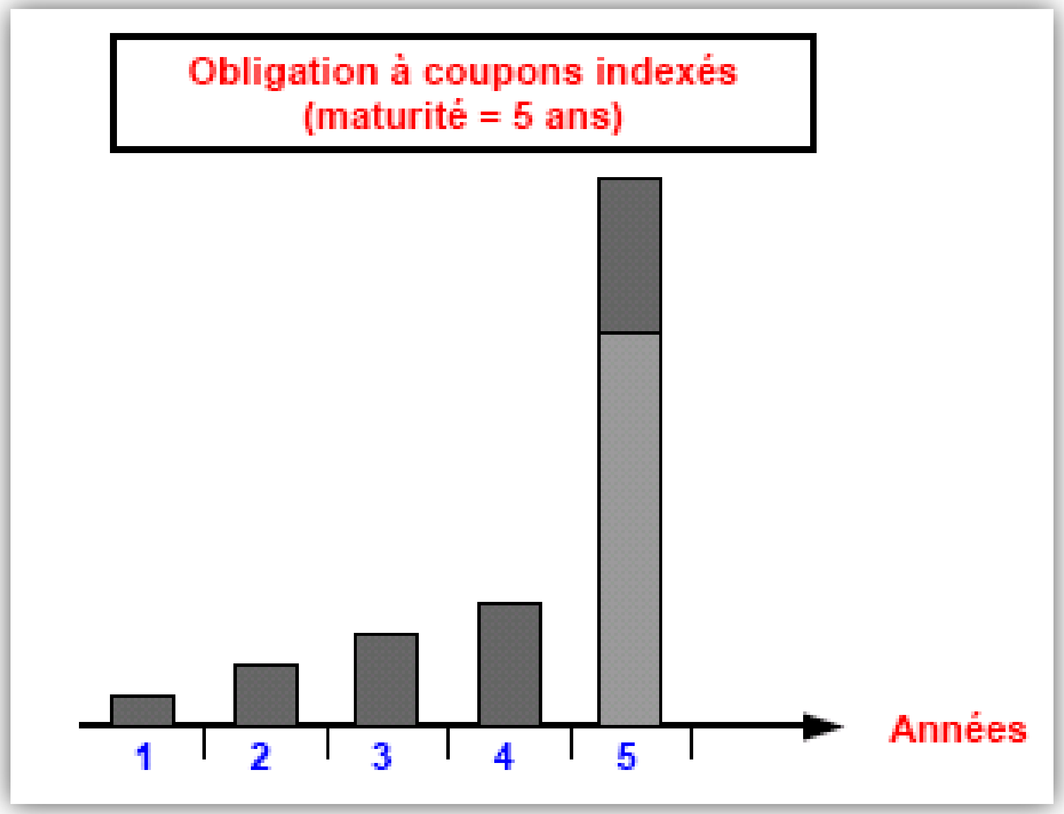
$$\text{Perpetuité} = \frac{C}{(1+r)} + \frac{C}{(1+r)^2} + \frac{C}{(1+r)^3} \ldots = \frac{C}{r}$$

# PVBM
## Fondements théoriques

- Qu’est-ce qu’un zéro-coupon?

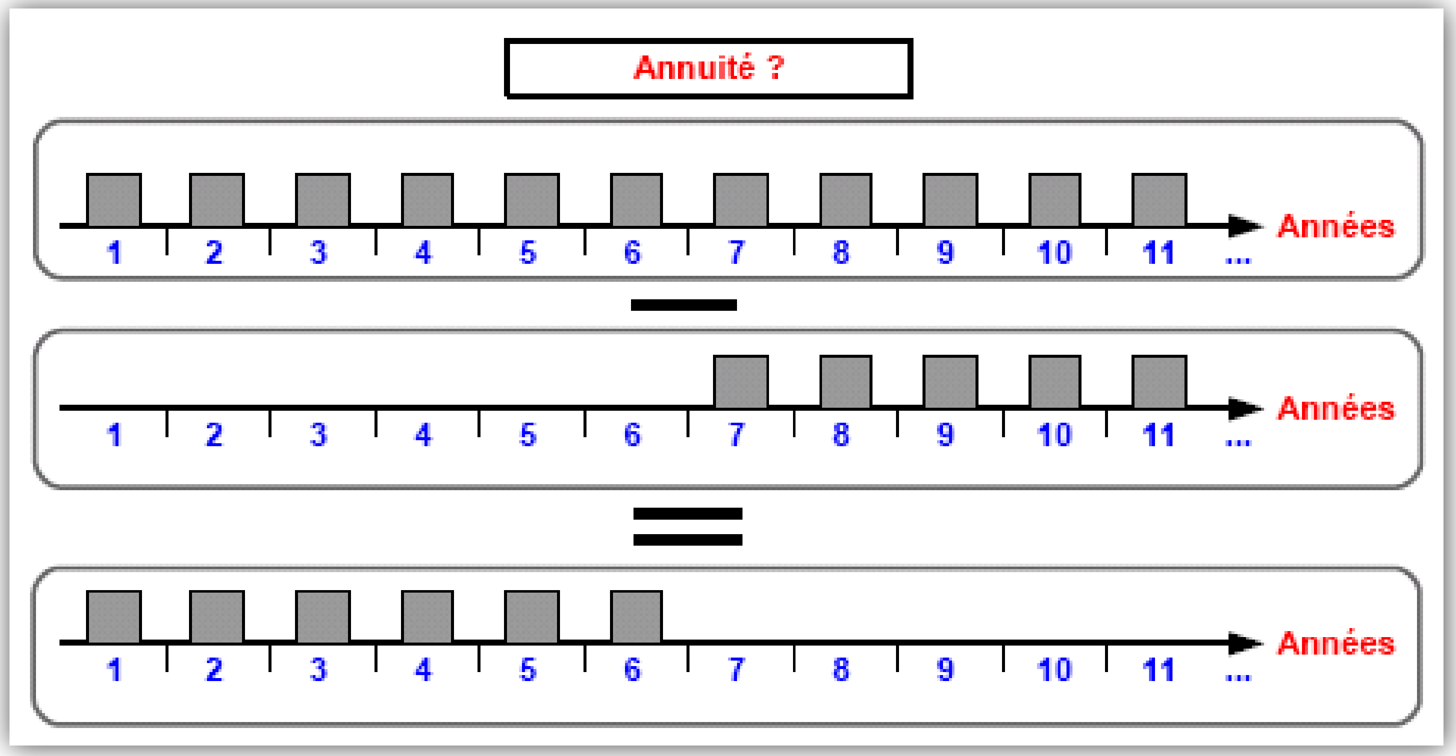


- Qu'est-ce qu'une obligation à coupons indexés?



# PVBM
## Fondements théoriques

- Qu'est-ce qu'une annuité ( et comment calculer son prix)?




$$\rightarrow \text{Annuité} = \frac{C}{r} - \frac{1}{(1+r)^T}\left(\frac{C}{r}\right)$$

# PVBM
## Fondements théoriques

- Quelques formules supplémentaires :

$$\text{Perpetuité croissante} = \frac{C}{(1+r)} + \frac{C(1+g)}{(1+r)^2} + \frac{C(1+g)^2}{(1+r)^3} \ldots = \frac{C}{r-g}$$

$$\text{Annuité croissante} = \frac{\text{C}}{\text{r-g}} - \left(\frac{(1+g)}{(1+r)}\right)^T \left(\frac{\text{C}}{\text{r-g}}\right)$$

# PVBM

## Question 1 (A – B - C)

| | Present Value | Expected Value (T=1) | Expected Return |
|---|---|---|---|
| A | $P_0 = \frac{100}{(1.06)^{10}} = 55.84$ | $P_1 = \frac{100}{(1.06)^{9}} = 59.19$ | $r = \frac{59.19 - 55.84}{55.84} = 6\%$ |
| B | $P_0 = \frac{7}{0.06} = 116.667$ | $P_1 = \frac{7}{0.06} = 116.667$ | $r = \frac{7 + 116.667 - 116.667}{116.667} = 6\%$ |
| C | $P_0 = \frac{7}{0.06}\left[1 - \frac{1}{(1.06)^{10}}\right] + \frac{100}{(1.06)^{10}} = 107.36$ | $P_1 = \frac{7}{0.06}\left[1 - \frac{1}{(1.06)^{9}}\right] + \frac{100}{(1.06)^{9}} = 106.8$ | $r = \frac{7 + 106.8 - 107.36}{107.36} = 6\%$ |

# PVBM

## Question 1 (D)

| | Present Value | Expected Value (T=1) | Expected Return |
|---|---|---|---|
| D | $P_0 = \frac{7}{0.06-0.02}\left[1-\left(\frac{1.02}{1.06}\right)^{10}\right]+\frac{100}{(1.06)^{10}}=111.72$ | $P_1 = \frac{7.14}{0.06-0.02}\left[1-\left(\frac{1.02}{1.06}\right)^{9}\right]+\frac{100}{(1.06)^{9}}=111.42$ | $r=\frac{7+111.42-111.72}{111.72}=6\%$ |

Solvay Business School

# PVBM
## Question 2

- ***Première solution :***
  - ✓ Calculer la valeur de l'annuité

$$V = C \times \underbrace{\frac{1}{r}\left(1-\frac{1}{(1+r)^{17}}\right)}_{\text{Facteur d'annuité}}$$

$$= 680 \times \frac{1}{0.11}\left(1-\frac{1}{(1+0.11)^{17}}\right)$$

$$= 5133.18$$

  - ✓ Calculer la valeur future de l'annuité

$$V_F = 5133.18 \times (1.11)^{17}$$

$$= 30260.57$$

# PVBM
## Question 2

- ***Deuxième solution :***
  - ✓ Calculer théoriquement la valeur future de l'annuité

$$\frac{1}{r}\left(1-\frac{1}{(1+r)^{17}}\right)\times(1+r)^{17}$$

$$=\underbrace{\frac{1}{r}\left((1+r)^{17}-1\right)}_{\text{Valeur future d'une annuité}}$$

  - ✓ Appliquer la formule

$$V_F=C\times\frac{1}{r}\left((1+r)^{17}-1\right)$$

$$=680\times\frac{1}{0.11}\left((1+0.11)^{17}-1\right)$$

$$=30260.57$$

## PVBM
## Question 3 – (A)

- 1 étape : extraire les discount factors des prix du marché:

$$ZC_1 = 96.62 = \frac{100}{(1+r_1)} \Rightarrow \frac{1}{(1+r_1)} = 0.9662$$

$$ZC_2 = 92.81 = \frac{100}{(1+r_2)^2} \Rightarrow \frac{1}{(1+r_2)^2} = 0.9281$$

$$ZC_3 = 88.70 = \frac{100}{(1+r_3)^3} \Rightarrow \frac{1}{(1+r_3)^3} = 0.8870$$

- 2 étape : multiplications des DF par les CF: $P_0 = 3\times\frac{1}{(1+r_1)} + 3\times\frac{1}{(1+r_2)^2} + \ldots.$

✓ Prix en 0 : $P_0 = 3\times0.9662 + 3\times0.9281 + 3\times0.8870 + 103\times0.8505 = 95.95$

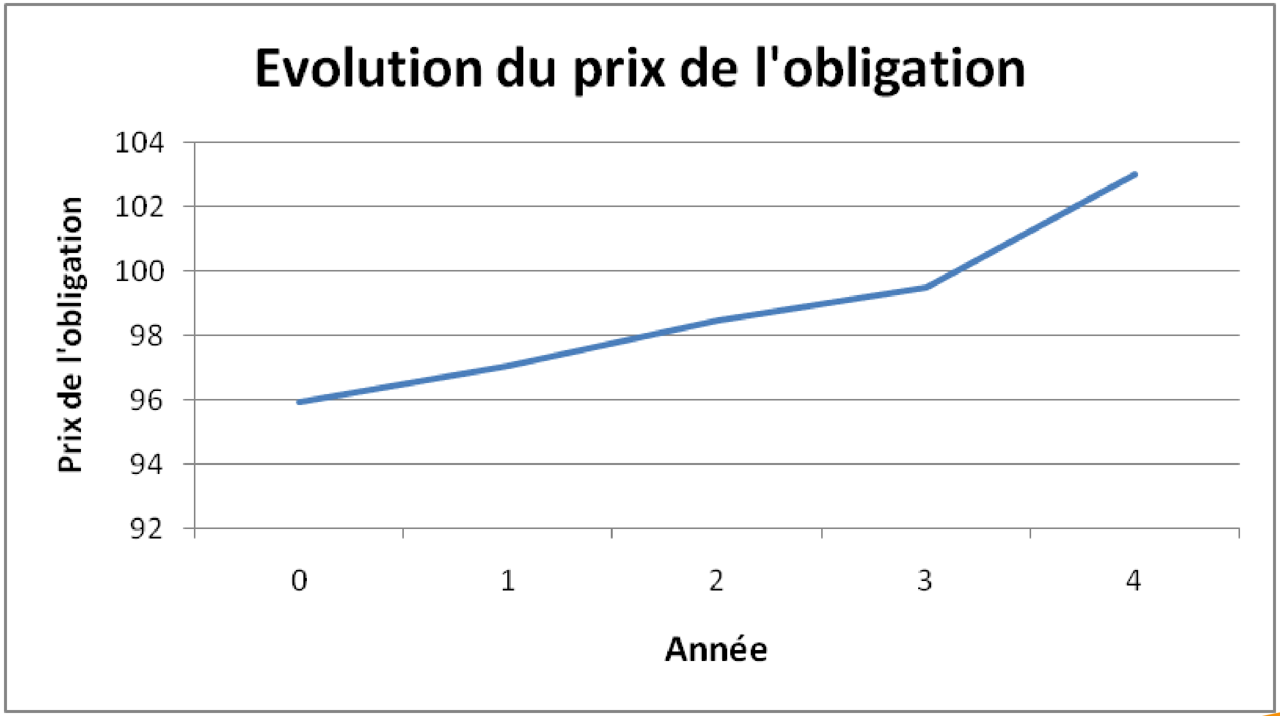
✓ Prix en 1 : $P_1 = 3\times0.9662 + 3\times0.9281 + 103\times0.8870 = 97.05$

# PVBM
## Question 3 – (B – C)

- **B)** Taux d'intérêt spot :

$$DF_2 = \frac{1}{(1+r_2)^2} = 0.9281 \qquad r_2 = 3.8\%$$

- **C)**



## PVBM

## Question 4 (1)

- **A)** Prix de l'obligation: $P_0 = 8 \times 0.945 + 108 \times 0.88 = 102.6$
- **B)** Arbitrage:

| Période | 0 | 1 | 2 |
|---|---|---|---|
| Position C | -9000 | 800 | 10800 |
| Position A | 0 | -800 (8*A) | 0 |
| Position B | 0 | 0 | -10800 (108*B) |
| Position nette | -9000 | 0 | 0 |

| Période | 0 | 1 | 2 |
|---|---|---|---|
| Position C | -9000 | 800 | 10800 |
| Position A | 8*94.5 = 756 | -800 (8*A) | 0 |
| Position B | 108*88 = 9504 | 0 | -10800 (108*B) |
| Position nette | 1260 | 0 | 0 |

Solvay Business School

# PVBM
## Question 4 (2)

- Le prix qu'on nous propose est moins élevé que le prix de marché:
  - ✓ On voudrait en profiter en achetant cette obligation et en la revendant immédiatement.
- **Problème :**
  - ✓ Pas de richesse initiale
- **Solution :**
  - ✓ Sachant que si j'achète 100 de ces obligations, je vais recevoir :
    - 800 dans 1 an.
    - 10800 dans 2 ans.
- Sur base de ce que je vais recevoir, j'essaie d'emprunter un maximum sur le marché obligataire.
- Combien va-t-on pouvoir emprunter sur le marché obligataire?
  - ✓ 8 obligations A et 108 obligations B
  - ✓ Je reçois donc 10 260 aujourd'hui
- C'est plus que le que le montant nécessaire pour payer la première obligation : ***profit d'arbitrage.***

## PVBM
## Question 4 (3)

- Comment emprunter sur le marché obligataire si je ne peux pas émettre des obligations?
- On utilise ***le short-selling*** :
  - ✓ on demande à notre banquier de nous prêter une obligation
  - ✓ on vend cette obligation immédiatement
  - ✓ on rembourse le banquier plus tard.
- Ce sont les mêmes CF qu’un emprunt…

# PVBM
## Question 5

- Discount factors?
  - ✓ 1er discount factor : $(1+r_1)=\frac{CF_1}{P_A}$

$$P_A = 101.94 = \frac{105}{(1+r_1)} \Rightarrow \frac{101.94}{105} = 0.9708 \Rightarrow r_1 = 3\%$$

  - ✓ 2ème discount factor : $P_B = \frac{7}{(1+r_1)} + \frac{107}{(1+r_2)^2}$

$$P_B = 103.85 = \frac{7}{(1+r_1)} + \frac{107}{(1+r_2)^2} = 7\times 0.9708 + \frac{107}{(1+r_2)^2} \Rightarrow DF_2 = 0.907 \Rightarrow r_2 = 5\%$$

  - ✓ 3ème discount factor :

$$101.85 = 8\times DF_1 + 8\times DF_2 + 108\times DF_3 \Rightarrow DF_3 = 0.803 \Rightarrow r_3 = 7.54\%$$

# PVBM

## Exemple : Yield to maturity

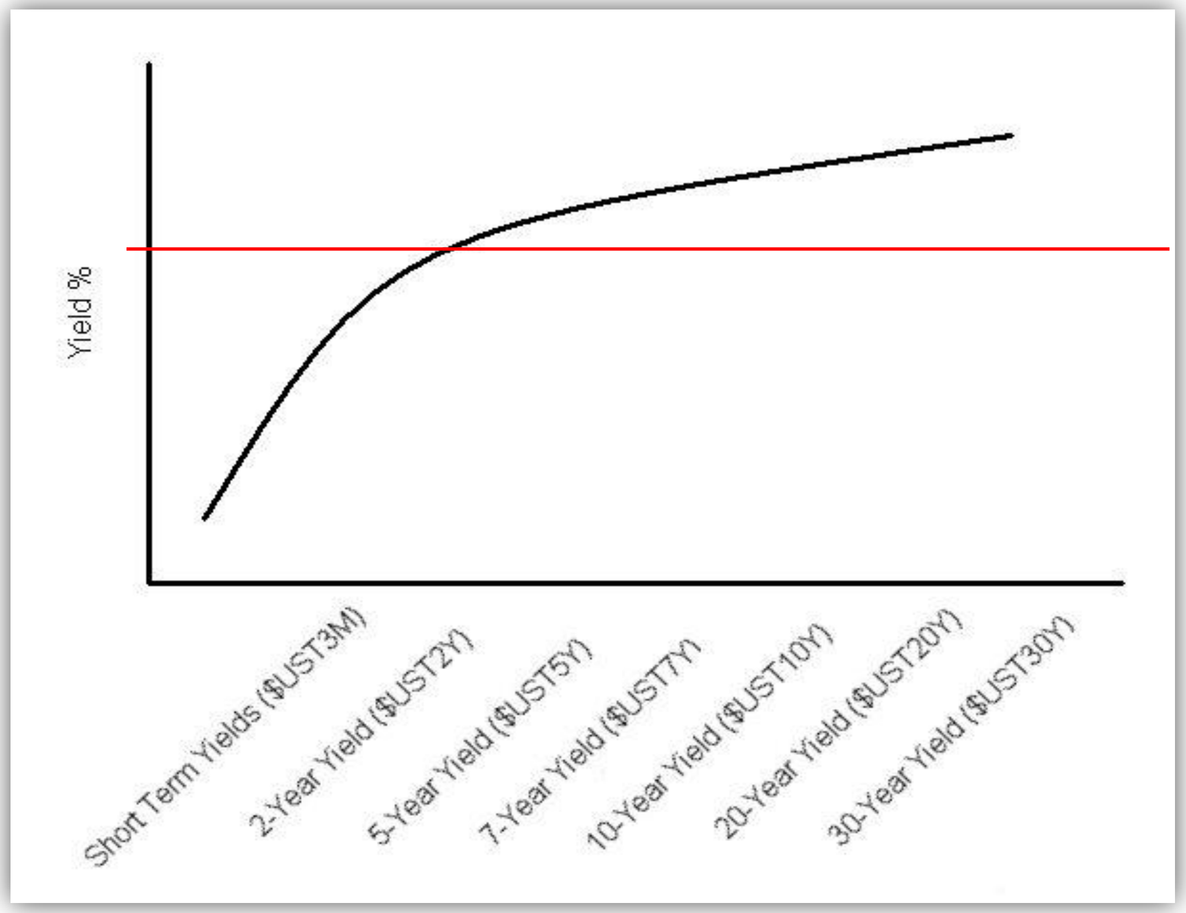
- Une obligation a une maturité de 3 ans et un taux coupon de 6%.
- Taux spots :
  - ✓ 1 an = 10%
  - ✓ 2 ans = 11%
  - ✓ 3 ans = 12%
- Le prix de l'obligation est :

$$P=\frac{6}{(1+r_1)}+\frac{6}{(1+r_2)^2}+\frac{106}{(1+r_3)^3} \qquad P=\frac{6}{(1+10\%)}+\frac{6}{(1+11\%)^2}+\frac{106}{(1+12\%)^3}=85.77$$

- Son YTM est :

$$\frac{6}{(1+r)}+\frac{6}{(1+r)^2}+\frac{106}{(1+r)^3}=85.77 \Rightarrow r=11.941\%$$

## PVBM
Yield to maturity?



Solvay Business School

# PVBM
## Question 6

- Le YTM d'une obligation correspond à l'IRR de cette obligation; il suffit de solutionner l'équation suivante:

$$98 = \frac{100 \times 0.09}{(1+YTM)} + \frac{100 \times 0.09 + 100}{(1+YTM)^2}$$

- Posons:

$$x = \frac{1}{(1+YTM)}$$

- Cela donne:

$$109x^2 + 9x - 98 = 0$$

- C'est une équation du second degré, calculons le delta:

$$\Delta = 9^2 - 4 \times 109 \times -98$$
$$= 42809$$

# PVBM
## Question 6

- Les solutions sont données par:

$$x_{1,2} = \frac{-9 \pm \sqrt{42809}}{2 \times 109}$$

$$\begin{cases} x_1 = -0.9904 \Rightarrow YTM = \dfrac{1}{-0.9904} - 1 = -\cancel{2}.01 \\ x_2 = 0.9078 \Rightarrow YTM = \dfrac{1}{-0.9078} - 1 = 0.1015 \end{cases}$$

# PVBM

## Question 7 – A

- **A)**
  - ✓ Obligation A : 86.38
  - ✓ Obligation B : 48.1

- **B)** Duration ? (slide de K. Oosterlinck)
  - ✓ Consider now a bond with cash flows: $C_1, \ldots, C_T$
  - ✓ View as a portfolio of $T$ zero-coupons.
  - ✓ The value of the bond is: $P = PV(C_1) + PV(C_2) + \ldots + PV(C_T)$
  - ✓ Fraction invested in zero-coupon $t$: $w_t = PV(C_t) / P$
  - ✓ *Duration* : weighted average maturity of zero-coupons

$$D = w_1 \times 1 + w_2 \times 2 + w_3 \times 3 + \ldots + w_t \times t + \ldots + w_T \times T$$

# PVBM
## Fondements théoriques – Duration (2)

- **D'où vient la relation ?**

$$\boxed{\frac{\Delta P}{P} = -\frac{Duration}{1+r}\Delta r}$$

- **Premièrement :**

$$\frac{dP}{dr} = \frac{dPV(C_1)}{dr} + \frac{dPV(C_2)}{dr} + \ldots + \frac{dPV(C_T)}{dr}$$
$$= -\frac{1}{1+r}PV(C_1) - \frac{2}{1+r}PV(C_2) - \ldots - \frac{T}{1+r}PV(C_T)$$

- **Car :**

$$\frac{dPV(C_2)}{dr} = \frac{d\left(\frac{C_2}{(1+r)^2}\right)}{dr} = -\frac{2C_2}{(1+r)^3}$$

# PVBM
## Fondements théoriques – Duration (3)

- Cela nous donne :

$$\frac{dP}{dr}\frac{1}{P} = -\frac{1}{1+r}\left(1\times\frac{PV(C_1)}{P} + 2\times\frac{PV(C_2)}{P} + \ldots + T\times\frac{PV(C_T)}{P}\right)$$

- Par définition la duration est égale à :

$$Duration = 1\times\frac{PV(C_1)}{P} + 2\times\frac{PV(C_2)}{P} + \ldots + T\times\frac{PV(C_T)}{P}$$

- Et pour finir :

$$\frac{dP}{dr}\frac{1}{P} = -\frac{Duration}{1+r}$$

## PVBM
## Question 7 – B

- Calcul de la variation du prix en utilisant la méthode de la duration :
  - ✓ Obligation A

$$\frac{\Delta P_A}{P_A} = -\frac{3}{1.05} \times (0.5\%) = -1.43\%$$

  - ✓ Obligation B

$$\frac{\Delta P_B}{P_B} = -\frac{15}{1.05} \times (0.5\%) = -7.14\%$$

- Les nouveaux prix sont donc :
  - ✓ Obligation A

$$P_{A*} = 86.38 \times (100\% - 1.43\%) = 85.146$$

  - ✓ Obligation B

$$P_{B*} = 48.1 \times (100\% - 7.14\%) = 44.66$$

# PVBM
## Question 7 – C

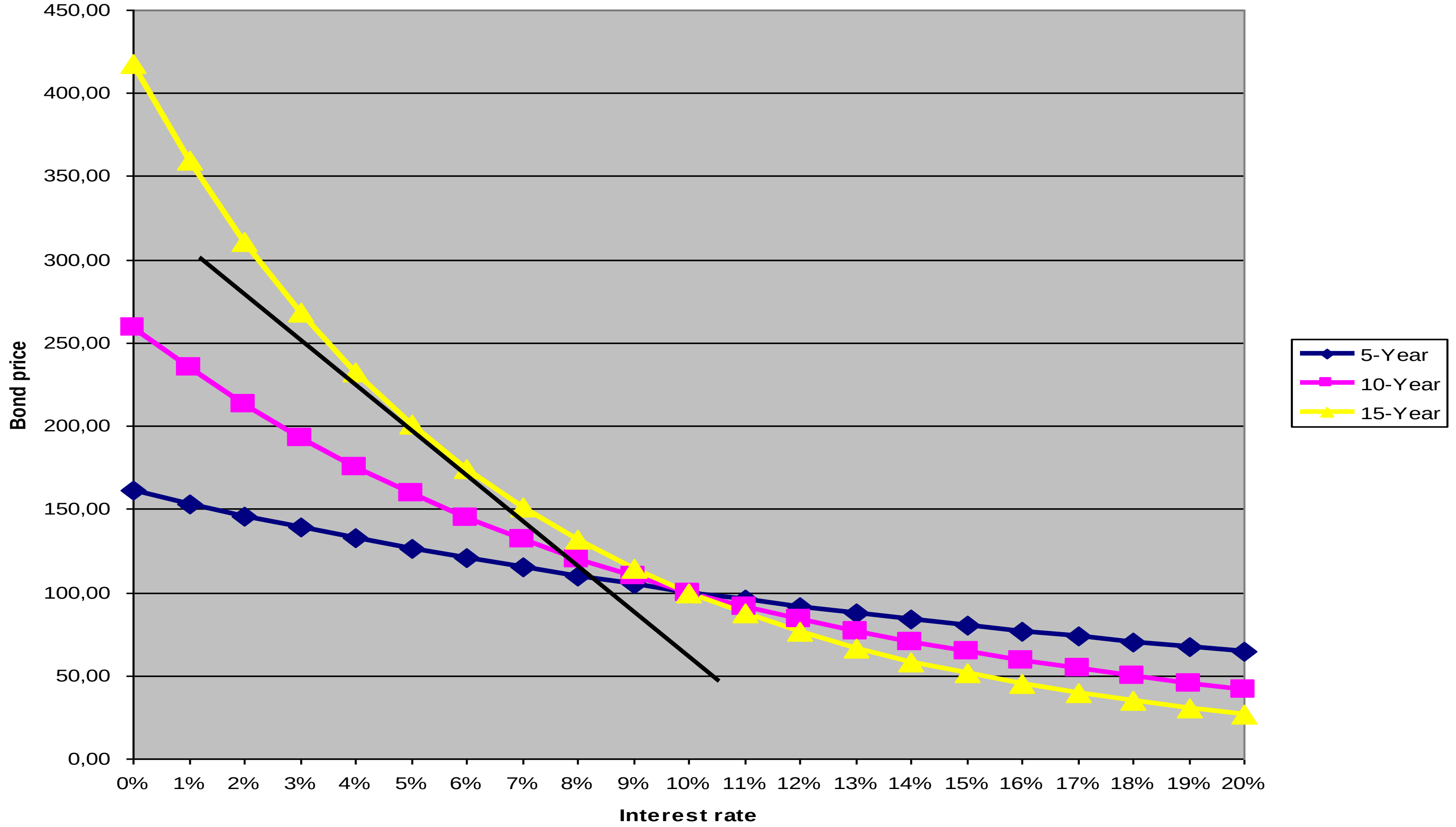
- **C)**
  - ✓ Calcul du prix des obligations en utilisant la méthode classique:

$$P_A = \frac{100}{(1.055)^3} = 85.16 \Rightarrow \frac{\Delta P_A}{P_A} = -1.42\%$$

$$P_B = \frac{100}{(1.055)^{15}} = 44.79 \Rightarrow \frac{\Delta P_B}{P_B} = -6.88\%$$

# PVBM

## Question 7 – Suite



# PVBM
## Question 8 – A, B

- **A)**
  - ✓ Prix de l'obligation en t-0:

$$P_0 = \frac{70}{0.05}\left[1 - \frac{1}{(1.05)^5}\right] + \frac{1000}{(1.05)^5}$$
$$= 1086.59$$

  - ✓ Prix de l'obligation en t-1:

$$P_1 = \frac{70}{0.05}\left[1 - \frac{1}{(1.05)^4}\right] + \frac{1000}{(1.05)^4}$$
$$= 1070.9$$

- **B)**
  - ✓ Rendement : $r = \frac{70 + 1070.9 - 1086.59}{1086.59} = 5\%$

# PVBM

## Question 8

| Période | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Obligation | | 70 | 70 | 70 | 70 | 1070 |
| Zero coupon A | | 70 | | | | |
| Zero coupon B | | | 70 | | | |
| Zero coupon C | | | | 70 | | |
| DF | | 0.9524 | 0.907 | 0.8638 | 0.8227 | 0.7835 |
| PV zero coupons | | 66.67 | 63.49 | 60.47 | 57.59 | 838.37 |
| Prix de l'obligation | 1086.59 | | | | | |
| Poids des ZC | | 6.14% | 5.84% | 5.56% | 5.30% | 77.16% |
| Duration | 4.41 | | | | | |

Solvay Business School

*« PV and Bond Maths »*

*« Jongler avec les taux d’intérêt »*

ULB

## Jongler avec les taux d'intérêt
### Question 1

- Que vaut, au bout d'un an, un montant de 100 € placé à un taux d'intérêt annuel nominal de 5% si la capitalisation se fait une fois par an?

$$V_1 = 100 \times (1 + 0.05) = 105$$

- Si la capitalisation est faite 2 fois par an (capitalisation semestrielle)?

$$V_2 = 100 \times \left(1 + \frac{0.05}{2}\right)^2 = 105.06$$

- Si elle se fait 4 fois par an (capitalisation trimestrielle) ?

$$V_3 = 100 \times \left(1 + \frac{0.05}{4}\right)^4 = 105.09$$

# Jongler avec les taux d'intérêt
## Question 2

- TAEG d'un placement au taux annuel nominal de 6% placé en capitalisation semestrielle?

$$\left(1+\frac{0.06}{2}\right)^2 = (1+TAEG) = 1.0609$$

$$TAEG = 0.0609$$

- TAEG d'un emprunt dont le taux semestriel est de 6%?

$$(1+0.06)^2 = (1+TAEG) = 1.1236$$

$$TAEG = 0.1236$$

# Jongler avec les taux d'intérêt
## Question 3

- Données:

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| **TAEG** | 5% | | | | |
| **Taux annuel nominal avec capitalisation semestrielle** | | 5,25% | | | |
| **Taux trimestriel** | | | 2% | | |
| **Taux annuel nominal avec capitalisation mensuelle** | | | | 5% | 5,25% |

# Jongler avec les taux d'intérêt
## Question 3

- Complétons la première colonne…

$$(1+TAEG)=(1+0.05)=\left(1+\frac{r}{2}\right)^2 \Rightarrow r=4.94\%$$

$$(1+TAEG)=(1+0.05)=(1+r)^4 \Rightarrow r=1.23\%$$

$$(1+TAEG)=(1+0.05)=\left(1+\frac{r}{12}\right)^{12} \Rightarrow r=4.89\%$$

- La deuxième colonne…

$$\left(1+\frac{y}{2}\right)^2=\left(1+\frac{0.0525}{2}\right)^2=(1+TAEG)\Rightarrow TAEG=5.32\%$$

$$\left(1+\frac{y}{2}\right)^2=\left(1+\frac{0.0525}{2}\right)^2=(1+r)^4 \Rightarrow r=1.30\%$$

$$\left(1+\frac{y}{2}\right)^2=\left(1+\frac{0.0525}{2}\right)^2=\left(1+\frac{r}{12}\right)^{12} \Rightarrow r=5.19\%$$

# Jongler avec les taux d'intérêt
## Question 3

- La troisième colonne…

$$(1+y)^4=(1+0.02)^4=(1+TAEG)\Rightarrow TAEG=8.24\%$$

$$(1+y)^4=(1+0.02)^4=\left(1+\frac{r}{2}\right)^2\Rightarrow r=8.08\%$$

$$(1+y)^4=(1+0.02)^4=\left(1+\frac{r}{12}\right)^{12}\Rightarrow r=7.95\%$$

- La quatrième colonne…

$$\left(1+\frac{y}{12}\right)^{12}=\left(1+\frac{0.05}{12}\right)^{12}=(1+TAEG)\Rightarrow TAEG=5.12\%$$

$$\left(1+\frac{y}{12}\right)^{12}=\left(1+\frac{0.05}{12}\right)^{12}=\left(1+\frac{r}{2}\right)^2\Rightarrow r=5.05\%$$

$$\left(1+\frac{y}{12}\right)^{12}=\left(1+\frac{0.05}{12}\right)^{12}=(1+r)^4\Rightarrow r=1.26\%$$

# Jongler avec les taux d'intérêt
## Question 3

- Réponse:

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| **TAEG** | 5% | **5,32%** | **8,24%** | **5,12%** | **5,38%** |
| **Taux annuel nominal avec capitalisation semestrielle** | **4,94%** | 5,25% | **8,08%** | **5,05%** | **5,31%** |
| **Taux trimestriel** | **1,23%** | **1,30%** | 2% | **1,26%** | **1,32%** |
| **Taux annuel nominal avec capitalisation mensuelle** | **4,89%** | **5,19%** | **7,95%** | 5% | 5,25% |

# Jongler avec les taux d'intérêt
## Question 4 – (A – B )

- **A)** Quel est le taux d'intérêt journalier correspondant à un TAEG de 5,4% (par an) ?

$$(1+TAEG)=(1+5.4\%)=(1+r)^{365}\Rightarrow r=0.0144\%$$

- **B)** Primes par match à la fin de 2006 ?

$$\text{Match 1}=10000\times(1.000144)^{214}=10313.15$$

$$\text{Match 2}=35000\times(1.000144)^{210}=36075.24$$

$$\text{Match 3}=35000\times(1.000144)^{206}=36054.45$$

- Montant total des primes fin 2006?

$$\text{Montant total}=82442.85$$

- Valeur fin 2016 du total des primes?

$$\text{Valeur future}=82442.85\times(1.054)^{10}$$

$$=139495.14$$

# Jongler avec les taux d'intérêt
## Question 5 – (A)

- Quel est le taux à terme $f_1$ de non arbitrage?

$$\left(1+r_0^2\right)^2=\left(1+r_0^1\right)\left(1+f_1^1\right)$$

$$\Rightarrow\left(1+f_1^1\right)=\frac{\left(1+r_0^2\right)^2}{\left(1+r_0^1\right)}$$

$$\Rightarrow\left(1+f_1^1\right)=\frac{(1.0533)^2}{(1.052)}$$

$$\Rightarrow f_1^1=5.46\%$$

# Jongler avec les taux d'intérêt
## Question 5 – (B)

- On vous propose un taux à terme plus bas que celui du marché. Si vous voulez empruntez à deux ans, vous allez le faire en utilisant un emprunt de 1 an et en concluant une emprunt à terme de 1 an dans 1 an plutôt que d'emprunter aujourd'hui pour 2 ans au taux spot à 2 ans.
- Comme vous pouvez investir à un taux élevé en empruntant à un taux bas, vous allez profiter de l'opportunité d'arbitrage comme ceci:
  - ✓ Vous empruntez 100 pour un an au taux spot, dans 1 an vous devrez rembourser :

$$100\times\left(1+r_0^1\right)=100\times\left(1+0.052\right)=105.2$$

  - ✓ Comme vous n'avez pas d'argent pour rembourser le premier emprunt vous allez dès aujourd'hui conclure un emprunt à terme 1 an pour une durée de 1 an, vous allez donc emprunter 105.2 à terme. Dans 2 ans, vous allez donc devoir rembourser:

$$105.2\times\left(1+f_1^{'1}\right)=105.2\times\left(1+0.05\right)=110.46$$

# Jongler avec les taux d'intérêt
## Question 5 – (B)

- Avec l'emprunt que vous avez conclu, vous pouvez placer une somme de 100 pendant 1 an au taux spot:

$$100\times\left(1+r_0^1\right)=100\times\left(1+0.052\right)=105.2$$

- Et vous concluez un contrat à terme qui vous autorise à placer ce montant dans 1 an pour 1 an au taux 5,46%:

$$105.2\times\left(1+f_1^1\right)=105.2\times\left(1+0.0546\right)=110.94$$

- Ou vous placez le montant de 100 durant 2 ans au taux spot à 2 ans :

$$100\times\left(1+r_0^2\right)^2=100\times\left(1+0.0533\right)^2=110.94$$

- Vous gagnez donc 110.94-110.46=0.48 dans 2 ans.

# Jongler avec les taux d'intérêt
## Question 5 – (B)

- Résumé

| | Taux | 0 | 1 | 2 |
|---|---|---|---|---|
| **Emprunt** | **Taux** | | | |
| Emprunt de 100 aujourd'hui pour 1 an | 5,20% | 100 | -105,2 | |
| Emprunt à terme de 105,2 dans 1 an pour 1 an | 5% | | 105,2 | -110,46 |
| | | | | |
| **Investissement** | **Taux** | | | |
| Placement de 100 aujourd'hui pour 1 an | 5,20% | -100 | 105,2 | |
| Placement à terme de 105,2 dans 1 an pour 1 an | 5,46% | | -105,2 | 110,94 |
| **Total** | | 0 | 0 | **0,48** |

# Jongler avec les taux d'intérêt
## Question 5 – (B)

- Résumé

| | Taux | 0 | 1 | 2 |
|---|---|---|---|---|
| **Emprunt** | **Taux** | | | |
| Emprunt de 100 aujourd'hui pour 1 an | 5,20% | 100 | -105,2 | |
| Emprunt à terme de 105,2 dans 1 an pour 1 an | 5% | | 105,2 | -110,46 |
| | | | | |
| **Investissement** | **Taux** | | | |
| Placement de 100 aujourd'hui pour 2 ans | 5,33% | -100 | | 110,94 |
| **Total** | | 0 | 0 | **0,48** |

## Jongler avec les taux d’intérêt
### Question 5 – (C)

- On vous propose un taux à terme plus haut que celui du marché. Si vous voulez empruntez à deux ans, vous allez le faire en utilisant un emprunt de 2 ans plutôt que d’emprunter aujourd'hui pour 1 an et emprunter à terme dans 1 an pour 1 an.
- Comme vous pouvez investir à un taux élevé en empruntant à un taux bas, vous allez profiter de l’opportunité d’arbitrage comme ceci:
  - ✓ Vous allez emprunter 100 pour 2 ans au taux spot. Dans 2 ans, vous allez donc devoir rembourser:

$$100\times\left(1+r_0^2\right)^2=100\times\left(1+0.0533\right)^2=110.94$$

## Jongler avec les taux d'intérêt
### Question 5 – (C)

- Grace à l'emprunt que vous avez conclu, vous pouvez placer une somme de 100. Vous allez placer le montant de 100 pour 1 an et ensuite le replacer à terme dans 1 an pour 1 an en profitant du taux forward trop élevé.
  - ✓ Dans un an vous pourrez donc placer:

$$100\times\left(1+r_0^1\right)=100\times\left(1+0.052\right)=105.2$$

  - ✓ Et vous concluez un contrat a terme qui vous autorise à placer ce montant dans 1 an pour 1 an au taux 6,00%

$$105.2\times\left(1+\ f_1^1\right)=105.2\times\left(1+0.06\right)=111.51$$

  - ✓ Vous gagnez donc 111.51-110.94=0.57 dans 2 ans.

Solvay Business School

# Jongler avec les taux d'intérêt
## Question 5 – (C)

- Résumé

| | | 0 | 1 | 2 |
|---|---|---|---|---|
| **Emprunt** | **Taux** | | | |
| Emprunt de 100 aujourd'hui pour 2 ans | 5,33% | 100 | | -110,94 |
| | | | | |
| **Investissement** | **Taux** | | | |
| Placement de 100 aujourd'hui pour 1 an | 5,20% | -100 | 105,2 | |
| Placement à terme de 105,2 dans1 an pour 1 an | 6,00% | | -105,2 | 111,512 |
| **Total** | | 0 | 0 | **0,57** |