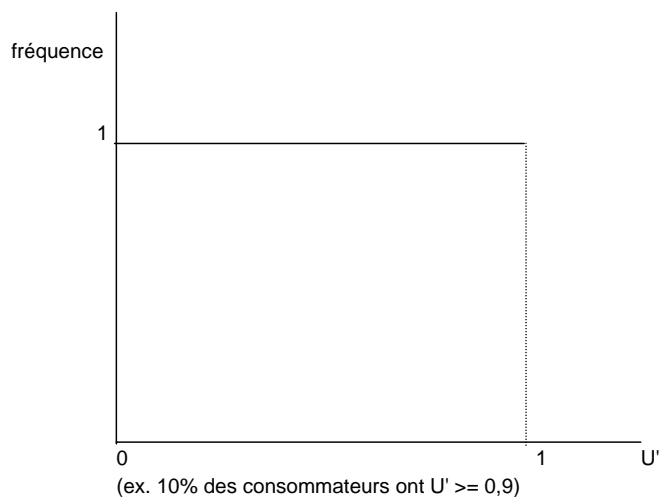


## Le problème de Picasso

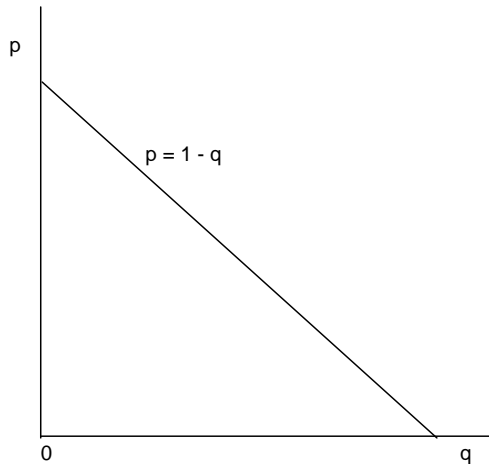
### i) hypothèses

- objectif : max profits
- activité de Picasso : peindre et vendre (ou louer) des tableaux
- coût de production nul
- monde à 2 périodes
- $U'$  des consommateurs : distribution uniforme entre 0 et 1



- utilité marginale ( $U'$ ) = utilité de 'consommation' d'un tableau pendant 1 période
- chaque consommateur veut au maximum un tableau pendant une période
- Picasso connaît parfaitement la courbe de demande

demande de tableaux à chaque période



2 stratégies possibles

1<sup>ère</sup> stratégie : la location

Choix :  $q_1^l, q_2^l$ , 1 = location ; 1,2 = périodes

$$p_1 = 1 - q_1, p_2 = 1 - q_2$$

Picasso maximise ses recettes totales :  $p_1^l q_1^l + p_2^l q_2^l$

Optimum :

$$q_i^l = \frac{1}{2} \text{ et } p_i^l = \frac{1}{2}, i \in \{1,2\}$$

$$\Pi_i = \frac{1}{4} \text{ et } \sum_{i=1}^2 \Pi_i = \frac{1}{2}$$

Le marché est le même à chaque période car à la fin de chaque période les tableaux sont retournés (fin de la location)

ii) 2<sup>ème</sup> stratégie possible : la vente

**en 1<sup>ère</sup> période :**

$q_1$  est vendu ( $q_1$  = quantité de tableaux vendus)

rem. : consommateurs qui ont acheté en période 1 peuvent disposer de leur tableau acquis pendant les deux périodes : ces consommateurs disparaissent du marché en période 2

**en période 2 :**

Picasso maximise son profit sur les consommateurs restants

Ici le marché en période 2 ne ressemble pas à celui en période 1 (ce qui n'est pas le cas avec la location)

Hypothèses :

- A chaque période, le monopole (=Picasso) maximise son profit
- Les consommateurs le savent
- Tout le monde connaît la distribution des  $U'$  et connaît les coûts de Picasso (qui sont nuls !)
- Les consommateurs savent (cfr. hypothèse de rationalité) que dans le futur les prix vont diminuer (cfr. soldes).
- Rem. : on pourrait introduire de l'incertitude. Cependant l'hypothèse de rationalité n'est pas tout à fait non fondée. Bien que cette hypothèse soit forte, on suppose que les consommateurs connaissent les prix futurs : dans des situations de marchés répétés, les consommateurs savent comment le marché fonctionne et peuvent anticiper.

Comment résout-on ce problème ? Etant donné ce qui c'est passé en première période, que va-t-il se produire en deuxième période ?

Solution :

iii) 1ère étape :

Les consommateurs ont trois options :

- ne rien acheter :  $U = 0$
- acheter directement :  $U = 2U' - p_1$
- acheter en période 2 :  $U = U' - p^a_2$

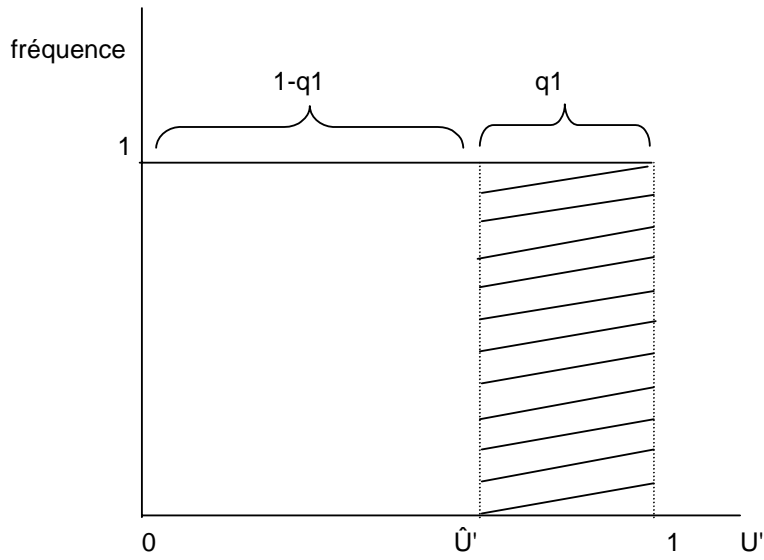
Supposons que  $q_1$  ait été vendu en première période. Il faut connaître la fonction de demande en deuxième période. On sait que ceux qui ont acheté en période 1 sont les consommateurs à utilité marginale élevée. Ils consomment immédiatement, c'est-à-dire en période 1 car ils perdent plus à se priver du bien en période 1

Un consommateur ayant une utilité marginale  $\tilde{U}'$  consommera en période 1 si :

$$2\tilde{U}' - p_1 \geq \max\{\tilde{U}' - p_2, 0\}$$

Si  $\tilde{U}'$  est tel que  $\forall \varepsilon > 0, 2(\tilde{U}' + \varepsilon) - p_1 \geq \max\{\tilde{U}' + \varepsilon - p_2, 0\}$  alors tous les consommateurs ayant une utilité marginale supérieure à  $\tilde{U}'$  consommeront en période 1.

### Quantité consommée en période 1

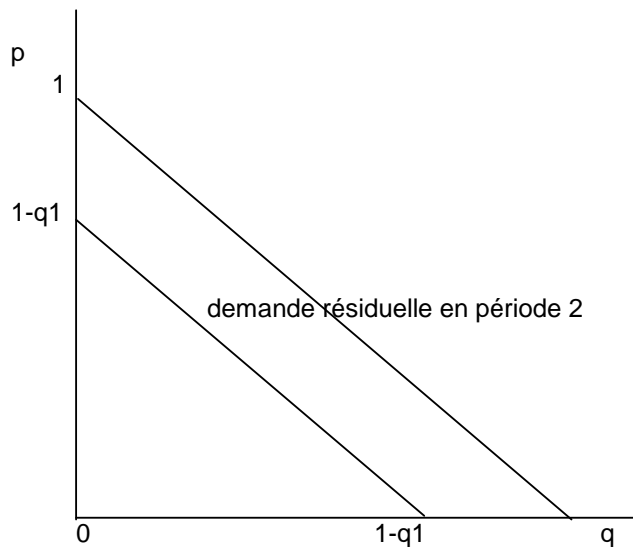


Si  $q_1$  a été vendue en période 1, en période 2, il ne reste plus que

$1 - q_1 =$  demande résiduelle

Rem. : plus on a vendu en période 1, plus on est obligé de brader les prix en période 2

### Demande résiduelle



En période 2, le marché résiduel est donné par  $p_2 = 1 - q_1 - q_2$

comportement optimal de l'entreprise en période 2 étant donné qu'elle a vendu  $q_1$  en période 1 :

$$\max_{q_2} p_2 q_2 = (1 - q_1 - q_2) q_2 \Rightarrow 1 - q_1 - 2q_2 = 0 \Leftrightarrow q_2 = \frac{1 - q_1}{2}$$

$$\text{d'où } p_2 = \frac{1 - q_1}{2} = q_2$$

Le monopole sert donc la moitié du marché résiduel

Ceci implique que si  $q_1$  est élevé, ce marché résiduel sera petit et comprendra des consommateurs à très faible U' (ce qui implique que  $p_2$  sera petit). Plus  $q_1$  est élevé, plus  $p_2$  sera faible car l'utilité marginale des consommateurs restants est faible.

iv) 2ème étape

On suppose toujours des anticipations rationnelles. Apprenant  $q_1$ , les consommateurs peuvent déduire :

$$p_2^a = \frac{1 - q_1}{2}$$

Les consommateurs savent que  $q_1$  a été vendue en période 1 car anticipations rationnelles. Le problème est maintenant de déterminer  $p_1$ .

Quel est le prix en période 1 qui fera que les consommateurs achèteront pour exactement  $q_1$  ? Un consommateur achète en période 1 si et seulement si :

$$2U' - p_1 \geq U' - p_2^a \quad (1)$$

où  $p_2^a$  est le prix  $p_2$  anticipé par les consommateurs. L'avantage d'acheter directement en période 1 est que l'on profite du bien pendant deux périodes ( $2U'$  au lieu de  $U'$ ), d'où :

$$U' \geq p_1 - p_2^a \quad (2)$$

Il faut que cette condition soit remplie pour que les gens achètent en période 1. Que vaut  $p_1$  ? On veut que :

$$\begin{aligned} \forall U' \geq 1 - q_1 \\ 2U' - p_1 &\geq \max\{U' - p_2, 0\} \text{ et} \\ \forall U' < 1 - q_1, \\ 2U' - p_1 &< \max\{U' - p_2, 0\} \end{aligned}$$

hypothèse :  $\forall U' \geq 1 - q_1, \max\{U' - p_2, 0\} = U' - p_2$

donc :  $\forall U' \geq 1 - q_1, 2U' - p_1 \geq U' - p_2$

$\Leftrightarrow U' \geq p_1 - p_2$  : il faut que la différence de prix inter temporelle soit inférieure (ou égale) à la perte d'utilité marginale pour qu'un consommateur achète en période 1.

Remarque : si  $U' = 1 - q_1$

$$2U' - p_1 = U' - p_2$$

$$\Leftrightarrow 1 - q_1 - p_1 = -\frac{(1 - q_1)}{2} \text{ car } p_2 = \frac{1 - q_1}{2}$$

$$\Leftrightarrow p_1 = 3\frac{(1 - q_1)}{2} : \text{ conditions pour que certains consommateurs soient indifférents.}$$

Pour vendre  $q_1$ , comme l'entreprise vendra en période 1 aux consommateurs à  $U'$  élevés, il faudra inciter en particulier le consommateur qui a  $U' = 1 - q_1$  à acheter, c'est-à-dire :

$$U' = 1 - q_1 \geq p_1 - p_2^a$$

$$\Leftrightarrow p_1 \leq (1 - q_1) + p_2^a \quad (3)$$

Si la condition (3) est satisfaite, tous les consommateurs pour lesquels  $U' \geq 1 - q_1$  préfèrent acheter en période 1. L'entreprise a intérêt à fixer  $p_1$  maximal sous la contrainte (3), c'est-à-dire :

$$p_1 = (1 - q_1) + p_2^a \quad (4)$$

On voit donc que  $p_1$  dépend négativement de  $q_1$  (pour écouler plus en période 1, il faut diminuer les prix en  $p_1$  car  $p_2$  sera plus bas) et que  $q_1$  dépend positivement de  $p_2^a$  (si  $p_2^a$  augmente, il est moins intéressant d'attendre la période 2 pour acheter).

**CONCLUSION : LE MONOPOLE DE DEMAIN FAIT CONCURRENCE AU MONOPOLE D'AUJOURD'HUI !**



v) 3ème étape

$p_1$  dépendra donc de  $p^a_2$ . Quelle valeur faut-il prendre pour  $p^a_2$  ? On supposera que les consommateurs anticipent rationnellement le comportement de l'entreprise, et donc, observant  $q_1$ , déduiront que :

$$p_2 = \frac{(1 - q_1)}{2}$$

Ceci suppose qu'ils connaissent la courbe de demande résiduelle, et qu'ils réalisent donc qu'une augmentation de  $q_1$  implique que les consommateurs résiduels ont en moyenne des utilités marginales plus faibles, ce qui pousse l'entreprise à diminuer  $p_2$ .

Pour inciter les consommateurs à acheter  $q_1$ , par la condition (4), il faudra donc :

$$p_1 = (1 - q_1) + \frac{(1 - q_1)}{2} \quad (5)$$

vi) 4ème étape

Etant donné  $q_1$ , on connaît maintenant  $p_1$ ,  $p_2$  et  $q_2$ . La firme cherchera donc à maximiser :

$$\begin{aligned} & \max p_1 q_1 + p_2 q_2 \\ \Rightarrow & \max_{q_1} \left[ (1 - q_1) + \frac{(1 - q_1)}{2} \right] q_1 + \left( \frac{(1 - q_1)}{2} \right) \left( \frac{(1 - q_1)}{2} \right) \\ \Rightarrow & \max_{q_1} \left\{ \frac{3}{2} (1 - q_1) q_1 + \frac{1}{4} (1 - q_1) (1 - q_1) \right\} \\ \Rightarrow & q_1 = \frac{4}{10}, \quad q_2 = \frac{3}{10}, \quad p_1 = \frac{9}{10}, \quad p_2 = \frac{3}{10} \quad \text{et} \quad \Pi = \frac{45}{100} \end{aligned}$$

## Remarques :

- l'entreprise réalise moins de profit qu'en louant (0.45 au lieu de 0.5). Elle pourrait en faire autant **en s'engageant**, en période 1, à ne rien vendre en période 2. Sachant cela, les consommateurs achèteraient en période 1 si  $2U' - p_1 \geq 0$ .
- La demande serait alors :  $p_1 = (1 - q_1) + (1 - q_1)$  (6)  
L'entreprise chercherait à maximiser :  
 $\max_{q_1} p_1 q_1 = \max_{q_1} 2q_1(1 - q_1)$   
c'est-à-dire,  $q_1 = 1/2$  et  $p_1 = 1$  et donc le profit =  $1/2$ .
- Pourquoi l'entreprise a-t-elle intérêt à s'engager ? Car sinon, ses ventes en période 2 font concurrence à celles en période 1, ce qui fait baisser  $p_1$  :
  - avec engagement :  $p_1 = 2(1 - q_1)$  (cfr. (6))
  - sans engagement :  $p_1 = 3/2(1 - q_1)$  (cfr.(5))
- La solution avec engagement est cependant difficile à respecter : si on a vendu  $q_1 = 1/2$ , on a intérêt à renoncer à sa promesse, et vendre  $q_2 = 1/4$  en période 2. D'où la question : l'entreprise peut-elle s'engager de manière crédible (p.ex. Picasso se coupe la main !). Si ce n'est pas le cas, on aura la solution sans engagement. Une manière de s'engager à ne pas faire baisser les prix est le cas de la location (leasing).

## e) Applications de la discrimination par les prix

- i) Le monopole multi-produits étudié comme un problème de discrimination du troisième degré*
- ii) Discrimination par les prix du deuxième degré : le cas de Proximus et Mobistar*
- iii) La vente de biens durables étudiée comme un problème de discrimination du deuxième degré*
- iv) discrimination spatiale (voir Tirole p. 140)*
- v) contrôles verticaux comme instruments de discrimination (voir Tirole p. 141)*
- vi) discrimination par les prix dans les marchés de biens intermédiaires (voir Tirole p. 142)*
- vii) ventes liées comme instrument de discrimination par les prix (voir Tirole p. 146)*
- viii) discrimination dans les polices d'assurance (voir Tirole p. 150).*