NC8 – THEORIE DE L'OLIGOPOLE (1ère partie)

D'après la définition de VARIAN dans Analyse micro-économique, « l'oligopole est l'étude des interactions d'un petit nombre d'entreprises sur un marché ».
Ce concept a été étudié notamment au XIXè siècle. La notion de théorie des jeux était alors encore inconnue.

PLAN

1. Introduction à la théorie des jeux (non-coopératifs)
   - Jeu
   - Concepts d'équilibre
   - Application
2. Duopole statique
   - Cournot
   - Généralisation à N firmes
   - Bertrand
   - Contrainte de capacité
   - Différentiation

1. Introduction à la théorie des jeux (non-coopératifs)

a) Jeu

Une situation peut être considérée comme un jeu si elle comporte les éléments suivants :

- **une liste d'individus appelés joueurs : $i = 1, \ldots, N$;**
- **un ensemble de choix possibles pour chaque joueur appelés stratégies :**
  $\forall\ i,\ a_i \in A_i$
- **des solutions associées à chaque choix des joueurs appelées issues, et leur procurent des gains individuels :**

  fonctions d'objectif : $\Pi_i(a),\ \forall\ a \in A$

  où : $A = A_1 \times \ldots \times A_N$ et $a = (a_1, \ldots, a_N)$

1. Introduction à la théorie des jeux (non-coopératifs)

Exemple 1 : dilemme du prisonnier

Stratégies : 1) pub comparative : coût = 1, bénéfice = 3 pris à l'autre
2) pas de pub

		II	
		Pub	Pas de pub
I	Pub	(-1, -1)	(2, -3)
	Pas de pub	(-3, 2)	(0, 0)

Remarque :

- **les vecteurs (x , y) donnent le gain x de I, et y de II**
- **il s'agit d'un jeu non-coopératif !**
- **La paire (-1, -1) représente une stratégie dominante**

1. Introduction à la théorie des jeux (non-coopératifs)

Exemple 2 : la bataille des sexes

- **Stratégies:**
  Mr (I) et Mme (II) se téléphonent pour savoir ce qu'ils vont faire ce soir
  - **I préfère le foot : utilité = 5 pour le foot et utilité = 3 pour le ciné**
  - **II préfère le ciné : utilité = 5 pour le ciné et utilité = 3 pour le foot**
  - **Mais utilité de I et II = 0 s'ils ne sont pas ensembles**
- **Questions :**
  - **Comment I et II vont-ils réagir ?**
  - **Obtient-on un optimum de Pareto ?**

		II	
		Foot	Ciné
I	Foot	5, 3	0, 0
	Ciné	0, 0	3, 5

- **Remarques :**
  - **il s'agit d'un jeu non-coopératif !**
  - **Les exemples précédents sont des jeux à un coup. Lorsqu'un jeu est à plusieurs coups, il est généralement représenté sous forme arborescente ou extensive.**

1. Introduction à la théorie des jeux (non-coopératifs)

b) concept d'équilibre (Pareto)

b1) équilibre en stratégie dominante (definition)

ai est une stratégie dominante pour i si et seulement si:
$\forall$ (a'i, a_i) $\in$ A, on a Πi(ai, a_i) $\geq$ Πi(a'i, a_i)

- **En prenant n'importe quel a_i (stratégie des autres), on a intérêt à prendre ai plutôt que a'i.**
- **Dans l'exemple du dilemme du prisonnier, la stratégie dominante est que les deux entreprises se fassent de la publicité comparative. Ceci résulte du fait que nous sommes dans une situation de jeu non-coopératif : chacun choisit indépendamment de sorte à maximiser sa fonction d'objectif. L'autre ne connaît pas les choix de l'autre : chacun raisonne en termes de profit individuel.**
- **Résultat : les deux y perdent (-1, -1) --> count de la non coopération !**
- **Dans la bataille des sexes, l'optimum de I dépend de ce que fait II. Ici, il n'y a pas d'équilibre en stratégie dominante.**

1. Introduction à la théorie des jeux (non-coopératifs)

b2) équilibre de Nash (moins fort que l'équilibre de stratégie dominante)

$a^* \in A$ est un équilibre de Nash si et seulement si:
$\forall$ i, $a_i \in A$, $\Pi_i(a^*_i, a^*_{-i}) \geq \Pi_i(a_i, a^*_{-i})$

- **Plutôt que de regarder tous les a_i, on regarde que les a*_i**
- **Si tous les autres jouent leur stratégie, est-ce que j'ai intérêt à jouer ma stratégie ?**

Remarques :

- **équilibre en stratégie dominante $\Rightarrow$ équilibre de Nash**
- **l'inverse n'est pas vrai !**
- **Dans l'exemple de la bataille des sexes, a* = (foot, foot) et a* = (ciné, ciné) sont des équilibres de Nash.**

1. Introduction à la théorie des jeux (non-coopératifs)

b2) équilibre de Nash (moins fort que l'équilibre de stratégie dominante)

Remarques :

- **on a encore 2 choix, mais c'est déjà mieux que 4 !**
- **En général, on va voir dans la suite des cas où il n'y aura qu'un seul équilibre de Nash.**
- **Un équilibre de Nash est une situation telle que :**
  - **anticipation correcte des a*_i et**
  - **optimisation individuelle**
  - **Chacun optimise individuellement en tenant compte des anticipations correctes des stratégies des autres.**
- **Dans un équilibre de Nash, si l'un tient sa promesse, l'autre a intérêt à le faire : stratégie stable (les deux discutent versus jeu non coopératif).**

1. Introduction à la théorie des jeux (non-coopératifs)

- Game theory analyzes the decision-making process of economic agents (more than one) interacting between them **with or without communication**
  - Act independently (non cooperative games)
  - Act in presence of cooperation (cooperative games)
- Each agent's payoff (remuneration/gain or loss) possibly depends on the actions taken by the other agents
- In a cooperative game (or coalition game), the outcome of the game can be enforced by an explicit agreement (i.e. collusion)
- In non cooperative games (or strategic games) cooperation among players must be self-enforcing: it is the result of actions/reactions chosen by **<u>rational</u> decision makers** (no binding agreement)

1. Introduction à la théorie des jeux (non-coopératifs)

- To understand the importance of **rationality** consider this simple game:

Agent1\ Agent2	L	R
L	(1,0)	(1,1)
R	(-100,0)	(2,1)

- Agent2 has a dominated strategy (L). He is better off to play R. R is then is dominant strategy.
- If Agent2 is rational he will then play always R irrespective of the Agent1 choice. If agent1 believes that agents2 is rational then his best choice will be to play R.
- Suppose however that agent1 does not believe that agent2 will play rationally than R is no longer his optimal choice
- **It is not only important that agents are rational but also whether agents believe the other agents are rational (and play according to it).**

1. Introduction à la théorie des jeux (non-coopératifs)

Application : choix de standard

- **Fait-on ou non des produits qui sont compatibles entre eux ? Exemples: DVD, logiciels, langues, distributeurs de billets, téléphones, claviers (QWERTY vs. AZERTY).**
- **Avantages au niveau de la production et des consommateurs distribution**
- **En général chacun essaie d'imposer son standard. P.ex. pour la télévision, le producteur qui introduit le 1er sa technologie standard (p. ex. HDTV) sur le marché risque de voir ce standard adopté par tous les producteurs (Lock-in effect). Si le standard est unique, le gain d'un point de vue social est plus grand pour tout le monde (producteurs + consommateurs).**

1. Introduction à la théorie des jeux (non-coopératifs)

Application : choix de standard

- **En fait, il y a 2 effets en présence :**
  - **On s'adaptera si perte due à l'incompatibilité > pertes dues à l'adaptation, càd au changement de standard.**
  - **Mais chaque entreprise aimerait que les autres s'alignent sur son propre standard.**
- **Remarques :**
  - **L'équilibre de Nash ne dit pas quel est le meilleur standard !**
  - **Dans certains cas on peut cependant décider.**
  - **Par exemple dans la bataille des sexes si on a :**

6.5, 4.5	**0, 0**
0, 0	3, 5

  - **La paire (6.5, 4.5) est meilleure !**

2. Duopole statique

a) Cournot

a1) modèle

- **$p = 1 – q$**
- **Coût marginal = C = constante**
- **Joueurs : firme 1 et firme 2**
- **Stratégies : $q_i \in \Re^+$, $i = 1, 2$**

Optimisations individuelles et anticipations correctes (stabilité stratégique)

Exemple OPEP : chacun s'amène sur le marché avec un certain nombre de barils.

- **prix déterminé par la courbe de demande**
- **fonctions d'objectif :**

$\Pi 1(q1, q2) = (1 - q1 - q2)q1 - Cq1$

$\Pi 2(q1, q2) = (1 - q1 - q2)q2 – Cq2$

2. Duopole statique

- **Existe-t-il un équilibre en stratégie dominante ?**
- **La stratégie dominante = la quantité optimale pour 1 quelque soit la stratégie de 2.**
- **Dans ce cas-ci, il n'y a pas de stratégie dominante.**

- **Exemple :**

  Si $q2 \geq 1 \rightarrow q1 = 0$ optimal

  Si $q2 = 0 \rightarrow q1 = (1-C)/2$ est optimal

- **Le niveau q2 choisi par 2 va influencer le niveau de q1 et inversement (cfr. fonctions de réaction).**

2. Duopole statique

- **Remarque : l'avantage avec l'équilibre en stratégie dominante (cfr. dilemme du prisonnier) c'est que le problème des anticipations ne se pose pas.**

- **Dans ce cas-ci, il existe un équilibre de Nash unique (q*1, q*2) tel que :**

$\forall$ q1, $\Pi 1(q^*1, q^*2) \geq \Pi 1(q1, q^*2)$ (1)

$\forall$ q2, $\Pi 2(q^*1, q^*2) \geq \Pi 1(q^*1, q2)$ (2)

(1) $\equiv (1 - q^*1 - q^*2 - C)q^*1 \geq (1 - q1 - q^*2 - C)q1, \forall q1$

(2) $\equiv (1 - q^*1 - q^*2 - C)q^*2 \geq (1 - q^*1 - q2 - C)q2, \forall q2$

2. Duopole statique

Comme le profit est continu, pour l'entreprise 1 : $\max_{q_1} \Pi(q_1, q_2^*)$

C'est-à-dire : $\Pi'1(q1, q^*2) = 0$

$\Leftrightarrow (1 - q1 - q^*2 - C) - q1 = 0$

$\Leftrightarrow$ 1- 2q1 - q*2 - C = 0, condition d'optimalité pour 1

et donc $q^*1 = (1 - q^*2 – C)/2$

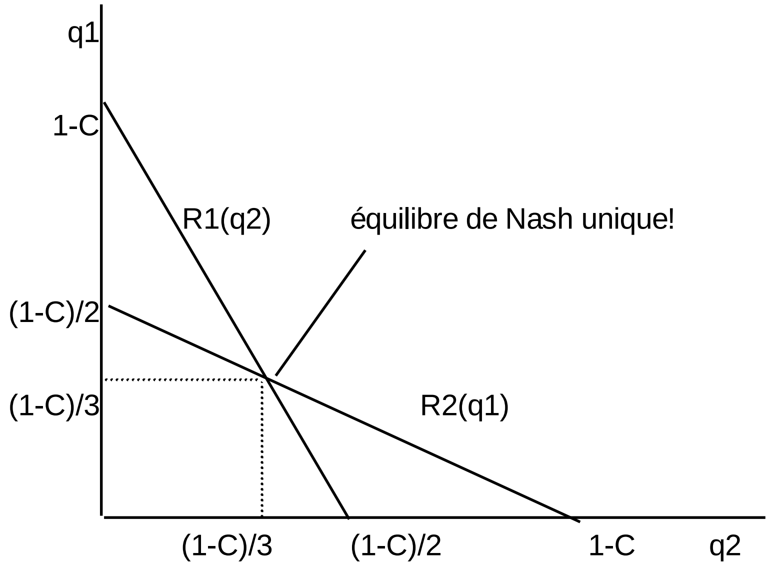
idem pour l'entreprise 2 : $q^*2 = (1 - q^*1 – C)/2$

Par symétrie on a: $q^*1 = q^*2 = q^*$ **(car même firme, même coût,…)**
et donc à l'équilibre: $q^* = (1 - q^* – C)/2 \Leftrightarrow q^* = (1 - C)/3$ = **équilibre de Nash.**
Si 1 (ou 2) produit (1 - C)/3, 2 (ou 1) a intérêt à produire la même chose.

2. Duopole statique

- **Comment voir que l'on a un équilibre unique ?**

⇒ **cfr. fonctions de réactions**



$$R1(q2) = 1 - 2q1 - q2 - C \equiv q1 = ½(1 - q2 - C)$$

- **Équilibre de Nash est donné par l'intersection des deux fonctions de réactions :** (1-C)/3

2. Duopole statique

Remarques :

- **En monopole :**

  $q = (1 - C)/2$ et $p = (1 + C)/2$ $(q = 1 – p)$

- **Avec Cournot :**

  $q = (1 - C)/3$ et $p = (1 + 2C)/3$ $(q = 2q^*)$

qté de Cournot pour une firme ! en fait qté totale

$= q1+q2=2(1 – C)/3 >$ à qté du monopole

Avec Cournot le prix est inférieur par rapport au monopole mais est supérieur par rapport à la situation de concurrence $(p = C)$!

2. Duopole statique

b) Généralisation à N firmes

S'il y'a N firmes : $q^* = (1-C)/(N+1)$ et $p = (1+NC)/(N+1)$

$$\lim_{N\to\infty} q^* = \frac{1-C}{N+1} = 0$$ **, chaque firme produit une très petite part !**

$$\lim_{N\to\infty} p^* = \frac{1+NC}{N+1} = \frac{1}{N+1} + \frac{C}{\left(1+\frac{1}{N}\right)} = C$$ **, prix en concurrence parfaite !**

La théorie de Cournot est un modèle qui englobe le monopole et la concurrence parfaite (pas mal !).

2. Duopole statique

On peut aussi calculer le profit d'un oligopole :

S'il y a N firmes sur le marché :

$$\Pi_i = \left[\frac{1+NC}{N+1} - C\right]\frac{1-C}{N+1} = \left[\frac{1-C}{N+1}\right]^2 \qquad (\Pi = (p - C)q)$$

Il y a aura donc entrée de la Nième firme si et seulement si:

K < [(1 - C)/(1 + N)]² où K = coût d'entrée.

A l'équilibre on aura N* tel que: $\left[\frac{1-C}{1+N^*}\right]^2 \geq K > \left[\frac{1-C}{2+N^*}\right]^2$ (2+N=(N+1)+1)

2. Duopole statique

Jeu dynamique : on a un certain nombre de firmes et puis, on regarde qui entre ou non : il y aura des entrants tant que ceux-ci feront des profits.

COURNOT (1830) : Théorie qui dit :

- **étant donné le nombre de firmes on a p et q**
- **étant donné le coût d'entrée K on a le nombre N* de firme sur le marché.**

Remarque : si K diminue, N augmente !

2. Duopole statique

c) Bertrand (1880)

Ce sont les entreprises qui fixent p et les consommateurs décident q (et non l'inverse !)

Hypothèses :

- $p = 1 - q$
- C = coût marginal, C < 1 = prix maximum
- Joueurs = firme 1 et firme 2
- Stratégies : $a_i = p_i \in$, $i = 1, 2$
- fonctions d'objectif :
  - $\Pi_1(p_1, p_2) = p_1 D_1(p_1, p_2) - C D_1(p_1, p_2)$
  - $\Pi_2(p_1, p_2) = p_2 D_2(p_1, p_2) - C D_2(p_1, p_2)$
- $D_1(p_1, p_2) =$
  - 0 si $p_1 > p_2$
  - $1 - p_1$ si $p_1 < p_2$
  - $(1 - p_1)/2$ si $p_1 = p_2 = ½\, D(p_1) = ½\, D(p_2)$
- Les consommateurs choisissent le prix le moins élevé

2. Duopole statique

Remarques :

- **Stratégie en prix plutôt qu'en quantités de la part des firmes**

Trouver l'équilibre de Nash unique de ce jeu

- **Autre formulation du problème :**

  - $p = 1 - q \Leftrightarrow q = 1 - p$
  - $P1(p1, p2) = p1q1 - Cq1$
  - $P2(p1, p2) = p2q2 - Cq2$
  - $q1 = 0$ si $p1 > p2$
  - $q1 = D(p1)$ si $p1 < p2$
  - $q1 = ½ D(p)$ si $p1 = p2$

2. Duopole statique

Equilibre de Nash du jeu de Bertrand :

(p^*1, p^*2) tel que :

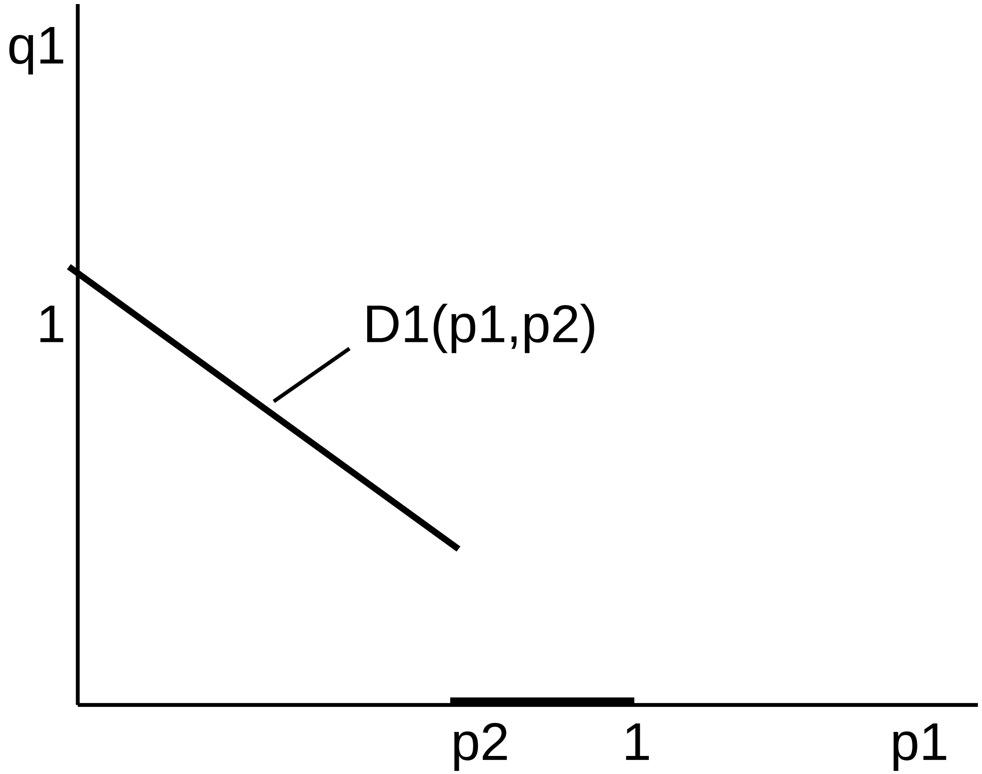
$\Pi 1(p^*1, p^*2) \geq \Pi 1(p1, p^*2), \forall\ p1$

$\Pi 2(p^*1, p^*2) \geq \Pi 2(p^*1, p2), \forall\ p2$

Pour obtenir la condition nécessaire (du 1er ordre), il faut calculer la dérivée première de Πi et Π'i = 0.

Cependant la fonction de demande n'est pas continue et donc pas différentiable.

2. Duopole statique



On doit trouver une autre méthode pour trouver la paire de prix d'équilibre !

2. Duopole statique

Méthode :

Sans perte de généralité, on peut supposer que la firme 1 est celle qui a le prix le plus faible : $p^*1 \leq p^*2$

D'où les possibilités :

- (1) $C < p^*1 < p^*2$
- (2) $C < p^*1 = p^*2$
- (3) $C = p^*1 < p^*2$
- (4) $C = p^*1 = p^*2$
- (5) $p^*1 < C$

Question : peut-on avoir des équilibres de Nash dans les différents cas ?

2. Duopole statique

- **Cas 5 (**$p^*1 < C$**) : n'est pas un équilibre de Nash, car la firme peut faire mieux que de vendre à perte.**
  En fixant $p^*1 > C$, $\Pi 1$ augmente pour p^*2 donné.

- **Cas 1 (**$C < p^*1 < p^*2$**) : $\Pi 1 > 0$ et $\Pi 2 = 0$.**
  En fixant $p^*2 \in \,]C, p^*1[$, $\Pi 2$ augmente pour p^*1 donné.

- **Cas 3 (**$C = p^*1 < p^*2$**) : la firme 2 ne peut pas faire strictement mieux : elle ne peut pas faire mieux que 0.**
  Si elle produit, c'est au niveau $p^*2 = C$ qu'elle doit le faire, mais là aussi elle ne gagnera rien.
  Par contre la firme 1 peut augmenter p^*1 ($p^*1 \geq C \Rightarrow \Pi 1$ augmente pour p^*2 donné).

2. Duopole statique

- **Cas 2** ($C < p^*1 = p^*2$) **: chaque firme a un profit positif ($\Pi i > 0$).**
  En diminuant p^*1 d'un $\varepsilon > 0$ arbitrairement petit, on peut quasiment doubler $\Pi 1$.
  La firme 1 a intérêt à diminuer son prix de façon à s'accaparer tout le marché (cfr. hypothèse : fonction de demande et produits sont parfaitement substituables).
  Ce n'est pas un équilibre de Nash.

- **Cas 4** ($C = p^*1 = p^*2$) **: $\Pi i = 0$**
  Pour Bertrand, c'est un équilibre car les firmes après s'être livrées à une guerre de prix vont arriver à $p = C$.
  On a un équilibre de Nash : étant donné $p^*2 = C$,
  pas moyen d'avoir $\Pi 1 > 0$.

2. Duopole statique

- **Remarques :**
  - **$\Pi i = 0$: ce n'est pas un bon équilibre !**
  - **il s'agit d'une conclusion forte qui n'est pas vérifiée dans la réalité !**
  - **Chez Cournot, le modèle est plus simple : tout est continu**
  - **Max $\Pi \rightarrow$ Conditions nécessaire (CN) et suffisante (CS) sont satisfaites.**
  - **CS pas vue au cours.**
  - **De plus Bertrand et Cournot sont des modèles statiques.**
- **Questions :**
  - **Pourquoi l'équilibre de Cournot est-il différent de celui de Bertrand ?**
  - **Pourquoi Bertrand n'est-il pas vérifié dans la réalité (Cournot ressemble plus à la réalité que Bertrand) ?**

2. Duopole statique

- **Réponses : hypothèses du modèle de Bertrand**
- **(1) Caractère statique du modèle : on ne se demande pas quelles sont les implications futures de sa stratégie actuelle. Concurrence à une seule période. On ne tient pas compte des effets d'une stratégie à long terme.
Dans le cas d'Apple/Microsoft cela est différent : ils savent qu'ils sont là aujourd'hui et demain.
Cette hypothèse est aussi présente dans le modèle de Cournot.
Donc ce n'est pas cette hypothèse qui différencie Bertrand de Cournot.**
- **(2) Produits parfaitement homogènes : même hypothèse chez Cournot.**
- **(3) Il n'y a pas de contraintes de capacité : même hypothèse chez Cournot.
Rem. : dans la réalité, il existe de nombreux marchés où cette hypothèse n'est pas vérifiée.**

2. Duopole statique

- **Hypothèse de base chez Bertrand (élément crucial)**
  - **Pour (p*1, p*2) = (C , C), si la firme i passe à pi = C + e, qi devient nul et qj double ! Ceci signifie qu'à l'équilibre les firmes travaillent à 50% de leur capacité de production.**
  - **Chez Cournot, c'est différent : chaque firme arrive sur le marché avec une certaine capacité (pas nécessairement pleine capacité) et le marché fixe les prix. Changer la quantité produite ne change pas ce que l'autre vend : on n'arrive pas à «voler» des clients à l'autre !**
  - **Si q1 augmente, l'offre, la demande et le prix vont changer et la firme 2 vendra q2 au prix p2.**
  - **La firme doit se contenter d'un marché résiduel qu'elle doit essayer de conquérir.**
  - **Chez Bertrand, on a intérêt à être agressif pour prendre la part de marché de l'autre : si p1 diminue q2 = 0.**
  - **Chez Bertrand, il n'y a pas de contrats qui lient les consommateurs aux firmes (chez Cournot, c'est le cas).**

2. Duopole statique

- **Exemple des assurances auto :**
  - **Avant : il y avait des contrats pour une durée de 10 ans (avec la firme 1 par exemple). Cela ressemble plus à Cournot qu'à Bertrand. La firme 2 ne peut pas prendre les clients de la firme 1 : elle doit se contenter du marché résiduel.**
  - **Aujourd'hui (cfr. loi de Maystadt) : les contrats sont annuels. Il y a donc plus de possibilités de prendre les clients de l'autre. Si p2 < p1, les clients vont chez la firme 2 (après un an) : ils ne sont plus contraints de rester chez la firme 1 étant donné que le contrat ne dure qu'un an.**
- **Conséquences : dans les marchés non régulés, on doit s'attendre à une diminution des prix (prix proches ou égaux à C). Dans le cas des assurances, les contraintes de capacité technologiques sont beaucoup moins fortes que pour une firme comme Cockerill (firme sidérurgique) par exemple.**
- **Conclusion : on doit chaque fois se demander s'il existe des contrats qui lient les consommateurs aux firmes.**

2. Duopole statique

- **Dans la réalité : aucune de ces hypothèses n'est vraiment satisfaite :**
  - **Monde non statique**
  - **Contraintes de capacité**
  - **Pas de produits homogènes**
- **Pour coller à la réalité :**
  - **1ère étape : entreprises choisissent simultanément le niveau de capacité de production**
  - **2ème étape : suivre la théorie de Bertrand.**
- **Remarque : pour se rapprocher de la réalité, on pourrait tenir compte des contraintes de capacité.**
  - **Si $p1 < p2$: les consommateurs voudraient payer p1, mais il existe des possibilités de rationnement et certains consommateurs devront acheter au prix p2.**

2. Duopole statique

- **Consider the following two steps game (mixed the 2 previous static games):**
  - **1° step: firm choose simultaneously the level of their own production capacity**
  - **2° step: firms play a Bertrand game in prices**
- **If one introduces some rationing in the production capacity (which is better suited to the reality) then the outcome of this game will not drive to a perfect competition. The game is solved introducing some rationing rules:**
  - **In static Bertrand if $p1 < p2$ than firm 2 looses all the market**
  - **Suppose that $p1 < p2$ but $D(p1) > k1$: firm 1 is capacity constrained (this means that firm 1 cannot serve all the demand) therefore firm 2 can have a residual demand of $D(p2) = D(p1,p2) - k1$**
  - **All consumers might be willing to pay p1. However if rationing of capacity arises then we might observe an equilibrium with two different prices (some consumers would pay p2 others p1). For example a first come first served situation (or demand satisfied under the rule of proportionality to income)**
- **If total industry capacity is low with respect to market demand then equilibrium prices are greater than marginal costs.**

2. Duopole statique

- **Ce jeu en deux étapes correspond à un équilibre de Nash parfait :**
  - **On à un équilibre de Nash en première période, chacun fixe sa capacité de production de manière correcte étant donné l'anticipation des quantités de l'autre et étant donné les prix en 2ème étape, eux-mêmes fonctions des quantités en 1ère étape. Etant donné chaque paire de capacité, on peut donc avoir un équilibre de Nash.**
  - **Ce jeu parait raisonnable : d'abord on fixe les quantités (capacité de production optimale étant donné l'anticipation correcte de celle de l'autre), ensuite on fixe les prix à la 2ème étape.**
- **Théorie de Kreps et Scheinkman (1983) : théorie plus moderne.**
  - **Ces auteurs ont prouvé que ce jeu à 2 étapes aboutit finalement à l'équilibre de Cournot. Le modèle de Bertrand n'est pas raisonnable sur les marchés où il y a des coûts fixes car les entreprises ne veulent pas produire à des niveaux faibles (coûts fixes non amortis, les entreprises n'ont pas intérêt à ce faire concurrence).**

2. Duopole statique

- **Conclusion : le modèle de Bertrand n'est pas réaliste lorsque l'augmentation des capacités de production est très coûteuse (cfr. ArcelorMittal).**
- **Dernière hypothèse du modèle de Bertrand (que l'on retrouve aussi dans le modèle de Cournot) :**
  - **simultanéité : pas de leader, ni de suiveur !**

d) Introduction de la différentiation (plus α proche de 0, plus les 2 produits sont différentiés)

- **p = 1- q (fonction de demande continue)**

$$q_i = \frac{1-p_i}{2} + \frac{\alpha}{2}\left(p_j - p_i\right)$$

- **C = 0**
- **Si les prix sont égaux, chacun se partage le marché.**
- **Si $\alpha > 0$: si pj augmente, qi augmente**
  (si le prix du concurrent augmente, on vend plus).

2. Duopole statique

$$q_i = \max\left\{0; \min\left[\frac{1-p_i}{2} + \frac{\alpha}{2}(p_j - p_i), 1 - p_i\right]\right\}$$

- **Ceci n'est pas dérivable ! Si α est grand, on a des problèmes de solution de coins.**
- **Pour éviter cela, on considère des cas où α est petit :**

- **Si α petit :** $\frac{1-p_i}{2} + \frac{\alpha}{2}(p_j - p_i) < 1 - p_i$
  - **le problème de maximisation est maintenant continu : on peut calculer l'équilibre de Nash.**
  - **La firme i prend pj comme donné :**

2. Duopole statique

- **La firme i prend pj comme donné :**

$$\max_{p_i} p_i q_i = p_i \frac{1}{2}\left(1 - p_i + \alpha\left(p_j - p_i\right)\right)$$

$$\frac{\partial \Pi_i}{\partial p_i} = 0 \Leftrightarrow 0 = \frac{1}{2}\left(1 - p_i + \alpha\left(p_j - p_i\right)\right) - p_i \frac{1}{2} - \alpha p_i \frac{1}{2}$$

$$\Leftrightarrow p_i = \frac{1}{2}\left(\frac{1 + \alpha p_j}{1 + \alpha}\right) < 1$$

- **Par symétrie, p*i = p*j et donc**
- **pi est plus petit que le prix de monopole (= 1/2).**
- **pour α donné, la concurrence en prix implique des quantités supérieures à celles en situation de Cournot.**

2. Duopole statique

- **Donc, plus les produits sont substituables (plus α est grand), plus on peut prendre des clients à l'autre et plus on tend vers Bertrand (politique agressive).**
- **Idée de Bertrand : si on a deux firmes, on aura concurrence parfaite : ceci est vrai si les produits sont parfaitement substituables et s'il n'existe pas de limitation à l'augmentation de la capacité de production.**
- **L'équilibre de Cournot concerne plutôt des biens hétérogènes ($\alpha \neq 1$). On obtient un équilibre moins concurrentiel : prix de Cournot > prix de Bertrand.**
- **Remarque : dans la réalité, on a une situation dynamique et non statique (cfr. duopole répété).**