

# 4

## Conclusions et perspectives

### 4.1 Conclusions

---

La présente dissertation avait pour but de montrer que les formulations éléments finis généralisées, sans maillage ou non, offrent un cadre d'approximation numérique approprié à la simulation de problèmes vibro-acoustiques, particulièrement si l'on est intéressé par des simulations à moyennes fréquences. En effet, ainsi que rappelé au chapitre 1, la qualité de la solution numérique approchée d'un problème de propagation d'ondes dépend très fortement de l'erreur de dispersion. Celle-ci ne peut probablement pas être totalement éliminée dans un cadre tout à fait général. Elle peut toutefois être minimisée ainsi que le proposent plusieurs approches rappelées au chapitre 1, parmi lesquelles les méthodes que nous proposons au chapitre 2 pour l'acoustique, et au chapitre 3 pour la vibro-acoustique couplée.

Concernant les problèmes acoustiques, nous avons privilégié une méthode sans maillage de type EFGM (element-free Galerkin method) notamment pour nous affranchir des maillages éléments finis 3D. Nous avons montré qu'avec une formulation standard (à base polynomiale), la solution EFGM, générant des fonctions d'interpolation non rationnelles, était déjà nettement meilleure que la solution éléments finis linéaire, comme l'a montré une analyse de dispersion rigoureuse. Pour atteindre les moyennes fréquences, nous avons proposé d'améliorer la méthode en calculant itérativement une base locale au moyen d'une détermination numérique de la phase de l'onde.

Considérant les problèmes vibro-acoustiques, nous avons privilégié une approche qui conservait un maillage éléments finis, de manière à conserver une description aisée la géométrie des plaques et des coques. Nous avons donc investigué les possibilités offertes par la méthode de partition de l'unité (PUM). À nouveau, une base polynomiale nous a permis d'obtenir des résultats encourageants. Une stratégie itérative de calcul d'une base locale a été adoptée en déterminant un angle local de propagation des ondes. Cette approche nous a permis d'atteindre de très bons résultats en moyennes fréquences.

Un des avantages de cette stratégie est le couplage aisé entre ces méthodes pour résoudre les problèmes vibro-acoustiques ainsi que le montrent nos applications. Les performances de ces méthodes ont été analysées du point de vue de la précision, de la fréquence et du temps de calcul.

## 4.2 Perspectives de recherches

---

A ce point de nos recherches, on ne peut pas encore estimer que le problème soit totalement résolu. Un inconvénient majeur des bases calculées est qu'il est nécessaire de déterminer une nouvelle base à chaque fréquence. Il y aurait donc lieu de chercher d'optimiser la méthode pour ne pas avoir à recalculer les matrices  $\mathbf{K}$  et  $\mathbf{M}$  à chaque fréquence. Par ailleurs, un grand nombre d'applications industrielles concernent la **propagation du bruit en milieu ouvert**. Dans le cas des méthodes d'éléments finis, il existe déjà des formulations d'éléments infinis (conjugués ou non) permettant de traiter le champ infini [AST94]. Ces méthodes peuvent être généralisées pour des formulations EFGM ou PUM [KIR04] mais il serait encore plus pertinent de formuler une méthode sans maillage intégrant dans le sous-espace d'approximation les fonctions permettant de satisfaire naturellement aux conditions aux limites de Sommerfeld.

Une application industrielle de ces méthodes consiste à étudier les propriétés d'absorption acoustique de l'acier dans le domaine des bâtiments. En effet, les produits à base d'acier plats offrent plutôt de piètres propriétés acoustiques : nous pensons ici au bruit d'impact mais également au rôle d'écran acoustique. Ceci est lié au comportement vibratoire de ces produits minces, qui conduit à de grandes amplitudes de vibrations et par conséquent à un bruit généré ou transmis important. Il est alors indispensable de compléter la fonction principale du composant par une couche d'isolation acoustique qui peut être une couche lourde (plâtre, membranes bitumineuses) ou une couche limitant la transmission du son (laine de roche, laine de verre). Une autre idée consiste à exploiter des patchworks vibro-acoustiques : partant du concept de tôles sandwich, nous envisageons de limiter la quantité d'adhésif en ne réalisant qu'un recouvrement partiel de la tôle principale. Dès lors, le produit de base sera composé d'une tôle monocouche satisfaisant aux contraintes statiques liées à sa fonction (rigidité) et sera complété par le collage de renforts localisés afin d'accroître l'amortissement et de réduire les vibrations. Du point de vue scientifique, nous devons donc généraliser la formulation à des éléments de **coques multicouches** [HAZ04].

La problématique du contrôle de la **qualité des solutions numériques** en acoustique et vibro-acoustiques paraît également encore très ouverte. Comme dans toutes les modélisations numériques il existe quatre causes principales à l'écart modèle-essai.

1. La première cause est liée à une modélisation simplifiée d'un comportement physique complexe. Dans le domaine de l'acoustique, il nous semble qu'une attention particulière devrait être portée aux conditions aux limites de Robin qui limitent l'absorption acoustique à des angles correspondant à une incidence normale.
2. Une deuxième difficulté réside dans l'estimation des paramètres physiques. Ainsi, la même condition aux limites de Robin nécessite la détermination du coefficient d'impédance dont la dépendance fréquentielle est parfois peu commode et encore fort méconnue pour nombre de matériaux.
3. Une troisième source d'erreur concerne la qualité de la discrétisation pour laquelle on ne dispose pas encore d'estimateurs d'erreur fiables, comme c'est le cas pour les problèmes elliptiques ou certains problèmes mécaniques non linéaires.

4. Outre ces trois sources d'erreur inhérentes au modèle, il existe une quatrième catégorie regroupant les limitations d'ordre expérimental. En effet, les informations tirées d'essais sont incomplètes car elles ne peuvent couvrir ni tout le volume fluide ni toute la bande fréquentielle de réponse du modèle. De plus, les mesures sont toujours entachées de bruit.

Un programme de recherches a donc démarré pour poursuivre les recherches d'un **estimateur d'erreur** fiable, nous nous tournons aujourd'hui vers les approches duales (en collaboration avec le Prof. J.-P Moitinho de Almeida, IST Lisboa), et pour élaborer une stratégie de **recalage** fiable et industriellement performante (en collaboration avec le Pr. P. Ladevèze, ENS Cachan [DEC04]).

Enfin, la problématique de l'absorption acoustique nous paraît également intéressante du point de vue de la modélisation des matériaux. En effet, de nombreux effets macroscopiques dans le comportement des matériaux trouvent leur origine dans des phénomènes caractéristiques à l'échelle de leur texture (prise en compte du caractère hétérogène des matériaux). Les approches de calcul aujourd'hui répandues dans l'industrie font usage de lois de comportement formulées via des grandeurs macroscopiques et dont l'objectif est de reproduire numériquement les effets macroscopiques observés sans les lier à leurs causes physiques originelles. Cette démarche comporte de fortes limitations liées principalement à des simplifications non contrôlées du comportement des matériaux d'une part (non identification des phénomènes déterminants à l'échelle de la texture des matériaux et non prise en compte des couplages entre eux), et à des difficultés à déterminer les paramètres matériels des descriptions macroscopiques d'autre part. Il nous semble dès lors pertinent, mais cela semble relativement ambitieux et original, de mettre au point une **méthode multi-échelles** permettant d'inférer le comportement macroscopique d'un matériau pour déterminer ses propriétés acoustiques ou dynamiques.

## Références bibliographiques

*Les livres que l'on écarte sont toujours ceux dont on s'aperçoit plus tard qu'on en a justement besoin.*

(Françoise Giroud)

- [ACT04] ACTRAN User's manual, <http://www.fft.be>, 2004.
- [AST94] R.J. Astley, G.J. Macaulay and J.P. Coyette, 'Mapped wave envelope elements for acoustic radiation and scattering', J. Sound Vib. 170: 97-118, 1994.
- [ATL98] S.N. Atluri, T. Zhu, 'A new meshless local Petrov-Galerkin (MLPG) approach in computational mechanics', Comput. Mech. 22: 117-127, 1998.
- [BAB95] I. Babuška, F. Ihlenburg, E.T. Paik, S.A Sauter, 'A generalized finite element method for solving the Helmholtz equation in two dimensions with minimal pollution', Comput. Methods Appl. Mech. Eng., 128: 325-359, 1995.
- [BAB97a] I. Babuška, F. Ihlenburg, T. Strouboulis, S.K. Gangaraj, 'A posteriori error estimation for FEM solutions of Helmholtz' equation. Part I: The quality of local error indicators and estimators', Int. j. numer. methods eng., 40: 3443-3462, 1997.
- [BAB97b] I. Babuška, J. Melenk, 'The partition of unity method', Int. j. numer. methods eng., 40: 727-758, 1997.
- [BAB98] I. Babuška, Z. Zhang, 'The partition of unity method for the elastically supported beam', Comput. Methods Appl. Mech. Eng., 152(1-2): 1-18, 1998.
- [BAR97] N.S. Bardell, J.M. Dunsdon, R.S. Langley, 'Free vibration analysis of coplanar sandwich panels', Composite Structures., 38(1-4): 463-475, 1997.
- [BEL94] T. Belytschko, Y. Y. Lu and L. Gu, 'Element-Free Galerkin Methods', Int. j. numer. methods eng., 37: 229-256 1994.
- [BOU98] Ph. Bouillard, S. Suleau, 'Element-Free Galerkin solutions for Helmholtz problems: formulation and numerical assessment of the pollution effect'. Comput. Methods Appl. Mech. Eng., 162: 317-335, 1998.
- [BOU99] Ph. Bouillard, F. Ihlenburg, 'Error estimation and adaptivity for the finite element solution in acoustics: 2D and 3D applications', Comput. Methods Appl. Mech. Eng., 176(1-4): 147-163, 1999.
- [BOU04] Ph. Bouillard, V. Lacroix, E. De Bel, 'A wave oriented meshless formulation for acoustical and vibro-acoustical applications', Journal of Wave Motion, 39(4): 295-305, 2004.
- [CHA97] E. Chadwick, P. Bettes, 'Modelling of progressive short waves using wave envelopes', Int. j. numer. methods eng., 40: 3229-3245, 1997.
- [CHA99] E. Chadwick, P. Bettes, O. Laghrouche, 'Diffraction of short waves modelled using new mapped wave envelope finite and infinite elements', Int. j. numer. methods eng., 45: 335-354, 1999.
- [CHE91] Y.K. Cheung, W.G. Jin, O.C. Zienkiewicz, 'Solution of Helmholtz equation by Trefftz method', Int. j. numer. methods eng., 32: 63-78, 1991.

- [COT01] A. Côté, F. Charron, 'On the selection of  $p$ -version shape functions for plate vibration problems', *Computers and Structures*, 79: 119-130, 2001.
- [DAI04] K.Y. Dai, G.R. Liu, K. M. Lim and X.L. Chen, 'A mesh-free method for static and free vibration analysis of shear deformable laminated composite plates', *Journal of Sound and Vibration*, 269:633-652, 2004.
- [DEB02] E. De Bel, Ph. Bouillard, 'A Coupled Partition of Unity - Element-Free Galerkin Method for 2D Vibro-Acoustics', *Proceedings of the Fifth World Congress on Computational Mechanics (WCCM V)*, Vienna, Austria, Editors: Mang, H.A.; Rammerstorfer, F.G.; Eberhardsteiner, J., Publisher: Vienna University of Technology, Austria, ISBN 3-9501554-0-6, 2002.
- [DEB04a] E. De Bel, P. Villon, Ph. Bouillard, 'Forced vibrations in the medium frequency range solved by a partition of unity method with local information', *Int. j. numer. methods eng.*, *accepted*, 2004.
- [DEB04b] E. De Bel, Ph. Bouillard, 'Wave oriented meshless formulations for medium frequency 3D vibro-acoustic simulations', *Proceedings of ECCOMAS2004*, Jyväskylä, Finland, 2004.
- [DEC04] V. Decoureur, Ph. Bouillard, A. Deraemaeker, P. Ladevèze, 'Validation of 2D Acoustic Models Based on the Error in Constitutive Relation', *Journal of Sound and Vibration*, *available on-line*, 2004.
- [DER99] A. Deraemaeker, I. Babuška, Ph. Bouillard, 'Dispersion and pollution of the FEM solution for the Helmholtz equation in one, two and three dimensions'. *Int. j. numer. methods eng.*, 46:471-500, 1999.
- [DES02] W. Desmet, B. van Hal, P. Sas, D. Vandepitte, 'A computationally efficient prediction technique for the steady-state dynamics analysis of coupled vibro-acoustic systems', *Advances in Engineering Software*, 33:527-540, 2002.
- [FAR01] C. Farhat, I. Harari and L. P. Franca, 'The discontinuous enrichment method', *Comput. Methods Appl. Mech. Eng.*; 190: 6455-6479, 2001.
- [FAR03] C. Farhat, I. Harari and U. Hetmaniuk, 'A discontinuous Galerkin method with Lagrange multipliers for the solution of Helmholtz problems in the mid-frequency regime', *Comput. Methods Appl. Mech. Eng.*; 192: 1389-1419, 2003.
- [FRA97] L. Franca, C. Farhat, A. Macedo, M. Lesoinne, 'Residual-free bubbles for the Helmholtz equation', *Int. j. numer. methods eng.*, 40: 4003-4009, 1997.
- [GER96] K. Gerdes, L. Demkowicz, 'Solution of the 3D Helmholtz equation in arbitrary exterior domains using hp-FEM and IFEM', *Comput. Methods Appl. Mech. Eng.*; 137: 239-273, 1996.
- [HAR91] I. Harari, T. J. R. Hughes, 'Finite element method for the Helmholtz equation in an exterior domain: model problems', *Comput. Methods Appl. Mech. Eng.*, 87: 171-194, 1991.
- [HAR92] I. Harari, T.J.R. Hughes, 'Galerkin/least-squares finite element methods for the reduced wave equation with non-reflecting boundary conditions in unbounded domains', *Comput. Methods Appl. Mech. Eng.*, 98(3): 411-454, 1992.
- [HAR03] I. Harari, C. Farhat and U. Hetmaniuk, 'Multiple-Stencil Dispersion analysis of the Lagrange multipliers in a Discontinuous Galerkin method for the Helmholtz equation' *J. Comput. Acoustics*, 11(2): 239-254, 2003.
- [HAZ04] L. Hazard, E. De Bel, Ph. Bouillard, J.-Y. Sener, J.-L. Migeot, 'Design of viscoelastic damping treatments in the medium frequency range', *Proceedings of ISMA29, Int. Conf. on Noise and Vibration Engineering*, Leuven, 2004.

- [IHL95a] F. Ihlenburg, I. Babuška, 'Finite Element Solution of the Helmholtz Equation with High Wave Number. Part 1: The h-Version of the FEM', *Comput. Math. Applic.*, 38(9): 9-37, 1995.
- [IHL95b] F. Ihlenburg, I. Babuška, 'Dispersion Analysis and Error Estimation of Galerkin Finite Element Methods for the Helmholtz Equation', *Int. j. numer. methods eng.*, 38: 3745-3774, 1995.
- [KAN01] W. Kanok-Nukulchai, W. Barry, K. Saran-Yasoontorn, Ph. Bouillard, 'On elimination of shear locking in the element-free Galerkin method', *Int. j. numer. methods eng.*, 52: 705-725, 2001.
- [KIR04] O. Kireeva, T. Mertens, Ph. Bouillard, 'A meshless formulation for acoustical radiation', ISMA29, *Int. Conf. on Noise and Vibration Engineering*, Leuven, 2004.
- [LAC03] V. Lacroix, Ph. Bouillard, P. Villon, 'An iterative defect-correction type meshless method for acoustics', *Int. j. numer. methods eng.*, 57(15): 2131-2146, 2003.
- [LAD96] P. Ladevèze, 'A new computational approach for structure vibrations in the medium frequency range', *C.R. Acad. Sci., Série IIb.*, 322(12): 849-856, 1996.
- [LAD01] P. Ladevèze, L. Arnaud, P. Rouch and C. Blanzé, 'The variational theory of complex rays for the calculation of medium-frequency vibrations', *Engineering Computations*; 18(1/2): 193-214, 2001.
- [LAD04] P. Ladevèze and H. Riou, 'Calculation of medium-frequency vibrations over a wide frequency range', *Comput. Methods Appl. Mech. Eng.*, *submitted*, 2004.
- [LIS80] T. Liszka, J. Orkisz, 'The finite difference method at arbitrary irregular grids and its application in applied mechanics', *Computers and Structures*, 11:83-95, 1980
- [LIU93] W.K. Liu, J. Adee, S. Jun, 'Reproducing kernel particle methods for elastic and plastic problems', *Advanced Comput. Meth. Mat. Modeling*, ASME, 175-190, 1993.
- [LIU95] W. Liu, S. Jun, Y. Zhang, 'Reproducing kernel particle methods', *Int. j. numer. methods eng.*, 20: 1081-1106, 1995.
- [LIU01] G.R. Liu, Y.T. Gu, 'A point interpolation method for two-dimensional solids', *Int. j. numer. methods eng.*, 50: 937-951, 2001.
- [LUC77] L. Lucy, 'A numerical approach to the testing of the fission hypothesis', *The Astronomical Journal*, 82(12): 1013-1024, 1977.
- [MOE99] N. Moës, J. Dolbow, T. Belytschko, 'A finite element method for crack growth without remeshing', *Int. j. numer. methods eng.*, 46(1): 131-150, 1999.
- [MOR95] P. Morand, R. Ohayon, 'Fluid-Structure Interaction', John Wiley and Sons Ltd, Chichester, England, 1995.
- [MUK97] Y. X. Mukherjee, S. Mukherjee, 'Boundary node method for potential problems', *Int. j. numer. methods eng.*, 40: 797-815, 1997.
- [NAY92] B. Nayrolles, G. Touzot, P. Villon, 'Generalizing the finite element method: diffuse approximations and diffuse elements', *Comput. Mech.* 10: 307-318 (1992)
- [ODE96] J.T. Oden, 'hp-clouds, an hp meshless method', *Numer. Methods for PDEs*, 1-34, 1996.
- [ONA96] E. Oñate et al. 'A finite point method in computational mechanics: applications to convective transport and fluid flow', *Int. j. numer. methods eng.*, 39: 3839-3866, 1996.
- [RIO04] H. Riou, P. Ladevèze, Ph. Rouch, 'Extension of the vibrational theory of complex rays to shells for medium-frequency vibrations', *Journal of Sound and Vibration*, 272: 341-360, 2004.

- [ROU03] Ph. Rouch, P. Ladevèze, 'The variational theory of complex rays: a predictive tool for medium-frequency vibrations', *Comput. Methods Appl. Mech. Eng.*, 192(28-30): 3301-3315, 2003.
- [STR00] T. Strouboulis, K. Copps, I. Babuška, 'The generalized finite element method: an example of its implementation and illustration of its performance', *Int. j. numer. methods eng.*, 47: 1401-1417, 2000.
- [STR01a] T. Strouboulis, K. Copps, I. Babuška, 'The generalized finite element method', *Comput. Methods Appl. Mech. Engrg.*, 190: 4081-4193, 2001.
- [STR01b] T. Strouboulis, I. Babuška, K. Copps, 'The design and analysis of the Generalized Finite Element Method', *Comput. Methods Appl. Mech. Engrg.*, 181: 43-69, 2000.
- [SUL00] S. Suleau, A. Deraemaeker, Ph. Bouillard, 'Dispersion and Pollution of Meshless Solutions for the Helmholtz Equation', *Comput. Methods Appl. Mech. Eng.*, 190(5-7): 639-657, 2000.
- [URA97] R. A. Uras, C. T. Chang, Y. Chen and W. K. Liu, 'Multiresolution Reproducing Kernel Particle Methods in Acoustics', *Journal of Computational Acoustics*, 5(1): 71-94, 1997.
- [VAN00] B. Van Hal, W. Desmet, D. Vandepitte and P. Sas, 'An efficient prediction technique for the steady-state dynamic analysis of flat plates', *Internoise 2000, 29<sup>th</sup> International Congress and Exhibition on Noise Control Engineering*, France, 2000.
- [VOT01] Th. E. Voth, Mark A. Christon, 'Discretization Errors Associated with Reproducing Kernel Methods: One-Dimensional Domains'. *Comput. Methods Appl. Mech. Eng.*, 190(18-19): 2429-2446, 2001.
- [ZHO04] J. Zhou, H. Zhang, L. Zhang, 'Reproducing kernel particle method for free and forced vibration analysis', *J. of Sound and Vibration*, *available online*, 2004.
- [ZIE00] O.C. Zienkiewicz, R.L. Taylor, 'The finite element method. Vol. 1: the basis', Vth Edition, Butterworth-Heinemann, ISBN 0 7506 5049 4, 2000.